



# ***Béton Précontraint***

**2<sup>ÈME</sup> ANNÉE GÉNIE CIVIL**

***PROFESSEUR : HIND CHRAIBI***

# Principe de la Précontrainte

## Généralités

### Microfissuration des éléments en Béton armé

Un élément en Béton Armé présente automatiquement des fissures dues à plusieurs causes, dont on cite:

- ✓ Retrait et Fluage du Béton
- ✓ Sollicitations de traction excessives

En effet, la variation de longueur d'un élément en Béton armé est estimé par :

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma_c}{E_c}$$

Du fait de l'adhérence du Béton, on a:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

# Principe de la Précontrainte

## Généralités

### Microfissuration des éléments en Béton armé

Or on a:

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_c} = \frac{E_s}{E_c} = n = 15 \quad (\text{n coefficient d'équivalence acier-béton})$$

Si on prend:  $\sigma_s = 150 \text{ MPa}$  (contrainte de traction de l'acier)

On aura :  $\sigma_c = \sigma_s / n = 10 \text{ MPa}$

donc le béton d'enrobage subit une contrainte de traction nettement supérieure à  $f_{t28}$  des bétons courants, d'où la production des micro-fissures.

$$f_{c28} = 25 \text{ MPa} \Rightarrow f_{t28} \approx 2,1 \text{ MPa}$$

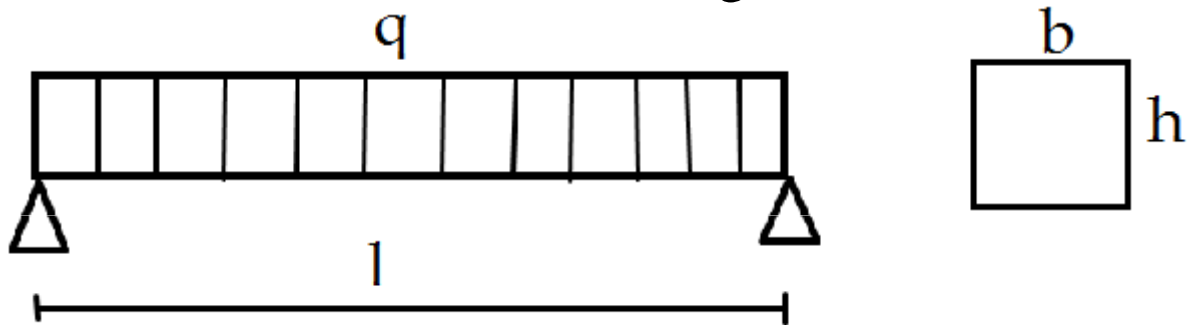
$$f_{c28} = 30 \text{ MPa} \Rightarrow f_{t28} \approx 2,4 \text{ MPa}$$

# Principe de la Précontrainte

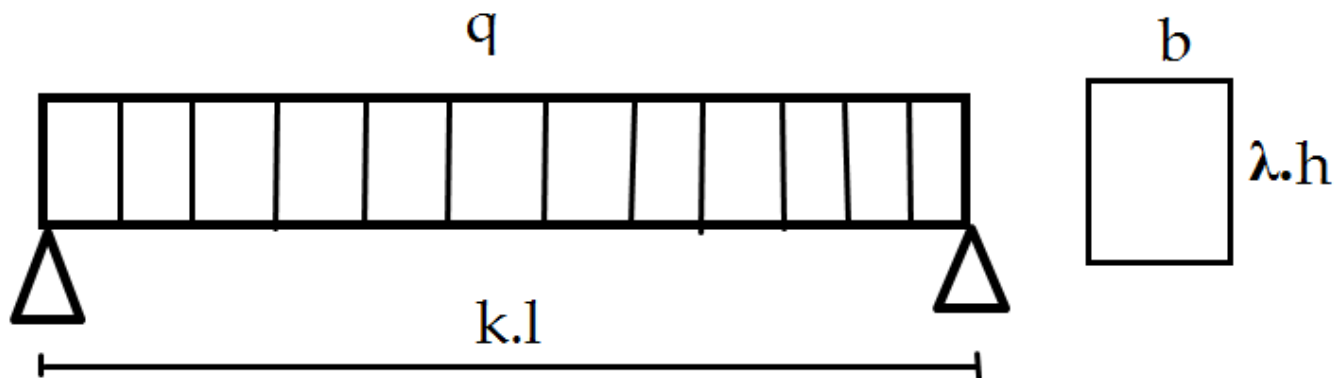
## Généralités

### Poids propre en Béton armé

Prenons une poutre sur deux appuis simples, de portée  $l$  et de section rectangulaire  $b \times h$ , soumise à une charge uniformément répartie  $q$ :



Prenons une seconde poutre sur deux appuis simples, tel que  $l$  et  $h$  sont multipliés respectivement par  $\lambda$  et  $k$  ( $>1$ ), soumise à la même charge  $q$ :



# Principe de la Précontrainte

## Généralités

### Poids propre en Béton armé

Soit  $I$  l'inertie de la première poutre ( $I=bh^3/12$ ), l'inertie de la deuxième poutre est égale à  $\lambda^3 I$ .

Soit  $v$  la position de la fibre supérieure de la première poutre par rapport au c.d.g. ( $v=h/2$ ), la position de la fibre supérieure de la deuxième poutre est  $\lambda v$ .

Le poids propre de la première poutre est  $g$ , pour la seconde c'est  $\lambda.g$

Le moment de flexion maximal, qui est à mi portée est égal à:

$(g+q)l^2/8$  pour la première poutre

$(\lambda g+q)k^2 l^2/8$  pour la seconde

# Principe de la Précontrainte

## Généralités

$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{My}{I_{gg'}}$$

## Poids propre en Béton armé

Les contraintes normales au niveau des fibres supérieures seront égales à:  $(N = 0 \Rightarrow \sigma = Mv/I)$

$$\frac{(g + q)l^2}{8} \times \frac{v}{I} \quad \text{pour la 1}^{\text{ère}} \text{ poutre}$$

$$\frac{(\lambda g + q)k^2 l^2}{8} \times \frac{v}{\lambda^2 I} \quad \text{pour la 2}^{\text{ème}} \text{ poutre}$$

À la limite, c'est-à-dire lorsque:  $\sigma = \bar{\sigma}$  (contrainte limite qui dépend de l'état limite et de la fissuration si on est à l'ELS)

On aura alors: 
$$\frac{(g + q)l^2}{8} \times \frac{v}{I} = \frac{(\lambda g + q)k^2 l^2}{8} \times \frac{v}{\lambda^2 I}$$

donc:

$$(g + q) = (\lambda g + q) \frac{k^2}{\lambda^2} \quad (1)$$

# Principe de la Précontrainte

## Généralités

### Poids propre en Béton armé

$$(g + q) = (\lambda g + q) \frac{k^2}{\lambda^2}$$

Étudions les deux cas extrêmes suivants:

**Cas des petites poutres:** ( $g \rightarrow 0$ )

L'égalité (1) impose  $\lambda=k$ , dans ce cas, le poids propre augmente dans la même proportion de sa portée.

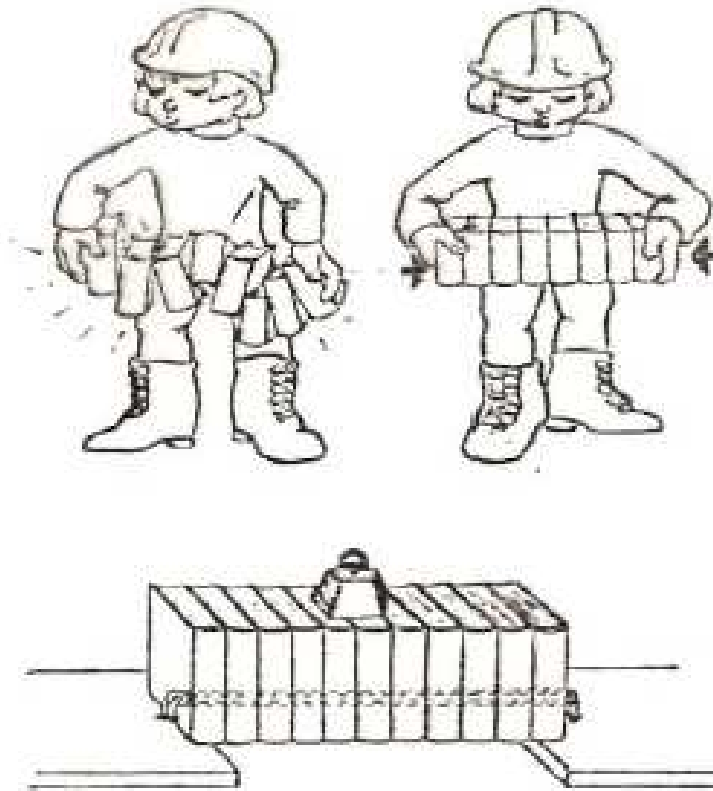
**Cas des grandes poutres:** ( $g \rightarrow \infty$ )

L'égalité (1) impose:  $k^2/\lambda = 1$ , soit  $\lambda = k^2$  ( $q$  est négligeable devant  $g$ )  
Donc le poids propre augmente comme le carré de sa portée

De ces deux cas limites, on peut déduire que le poids propre d'une poutre en béton armé croît plus vite que sa portée.

# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

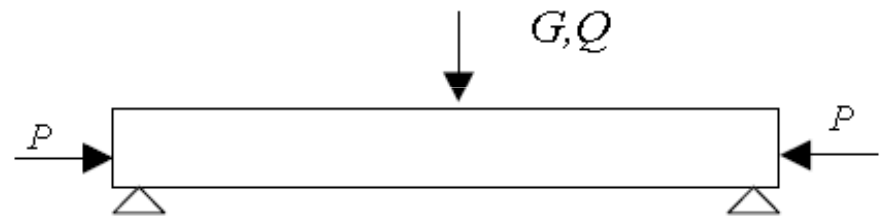




# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

Le principe général de la précontrainte est de veiller à ce que le béton reste comprimé en permanences ou subit des contraintes de traction très faibles, en imposant aux éléments un effort de compression axial .



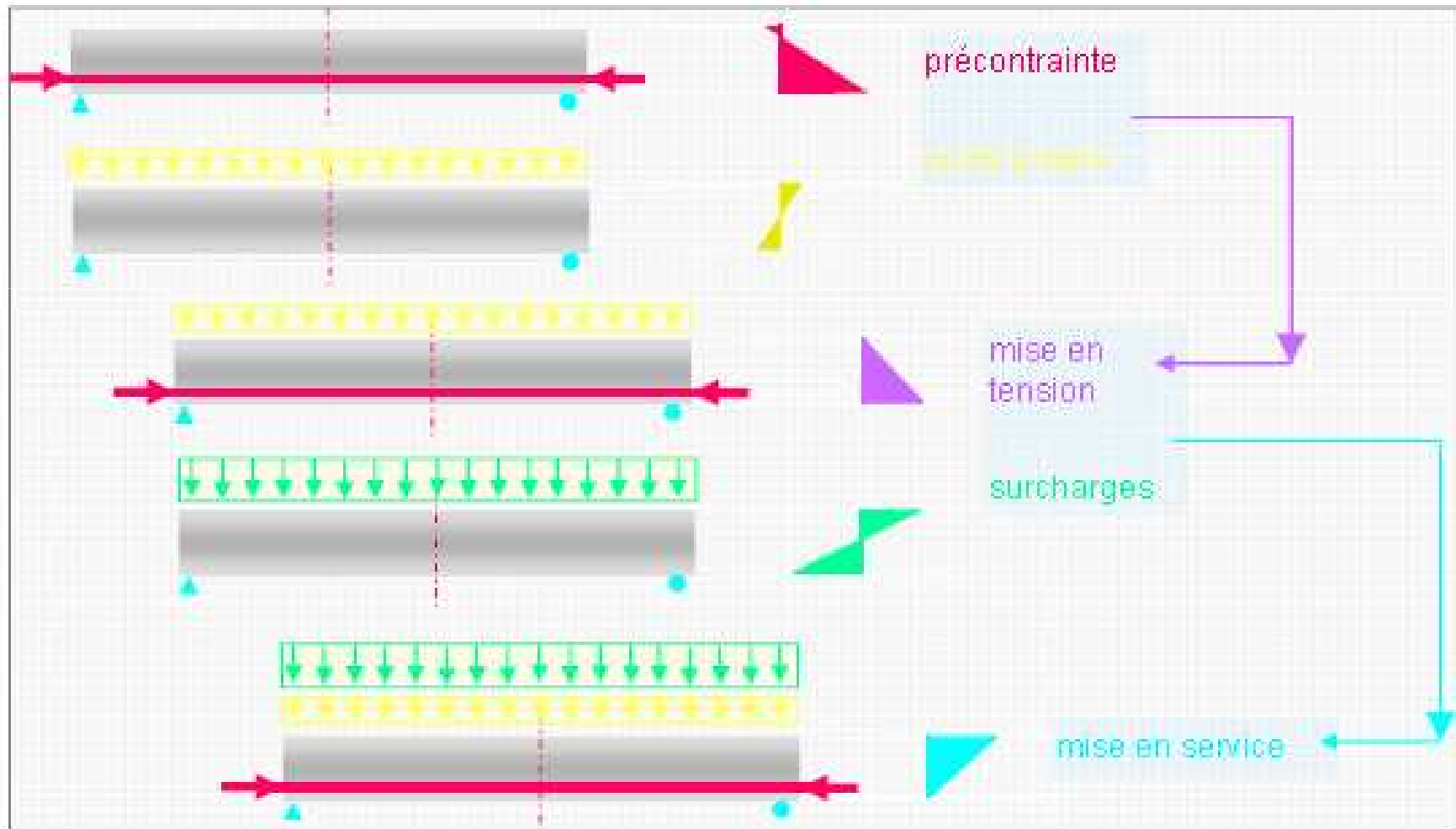
La précontrainte consiste donc à la mise en compression permanente du béton, avant l'application des charges, mais généralement en même temps que l'application du poids propre.

Cette compression du béton permet d'éliminer les contraintes de traction susceptibles d'intervenir en service

# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

L'évolution des contraintes dans le temps peut être comme suit:



## Principe de la Précontrainte

### Principes et fonctionnement du béton précontraint

En 1935, son inventeur, Eugène Freyssinet, définissait ainsi la précontrainte: **``Précontraindre une construction, c'est la soumettre avant application des charges à des forces additionnelles déterminant des contraintes telles que leur composition avec celles qui proviennent des charges donne en tout point des résultantes inférieures aux contraintes limites que la matière peut supporter indéfiniment sans altération.**''

La précontrainte, en effet, a pour but de soumettre le béton à des contraintes préalables de compression telles qu'une fois en service, elles s'opposent aux contraintes de traction créées par les charges et maintiennent le béton en état de compression.

# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 1<sup>er</sup> cas: effet du câble centré

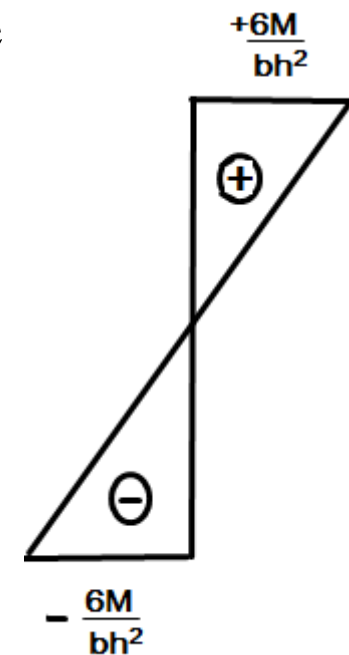
Considérons une poutre de section rectangulaire  $b \times h$ .  
Soit  $M$  le moment fléchissant de la poutre, sur la fibre supérieure, la contrainte est égale à:

$$\sigma_{\max} = Mv/I \quad \text{avec: } I = bh^3/12 \text{ et } v = h/2$$

$$\text{donc: } \sigma_{\max} = 6M/bh^2 = \sigma_0$$

Pour la fibre inférieure on a  $v = -h/2$  donc:

$$\sigma_{\min} = -6M/bh^2$$



# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

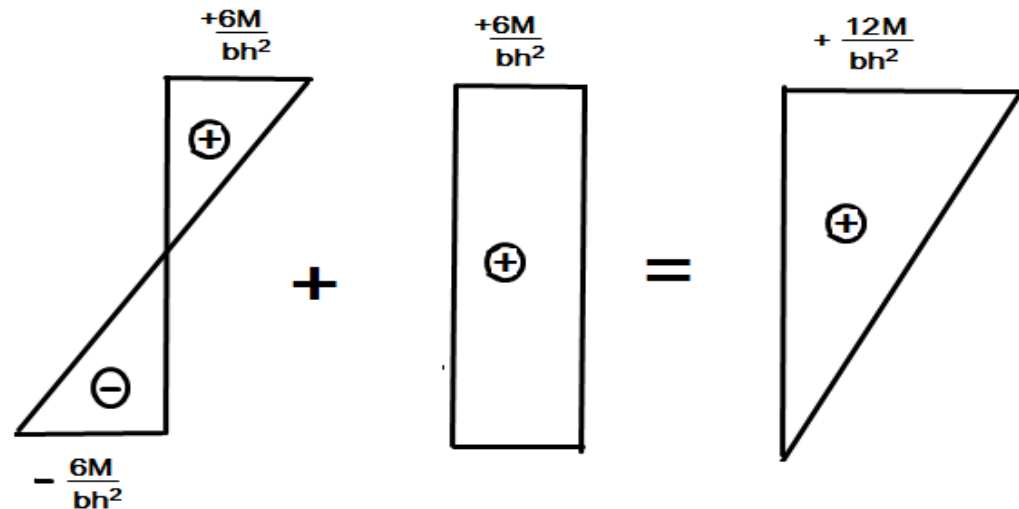
### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 1<sup>er</sup> cas: effet du câble centré

Pour annuler la contrainte de traction dans le béton, on applique une contrainte due à l'armature centrée de valeur:

$$\sigma_{p0} = 6M/bh^2$$

Le diagramme des contraintes devient:



L'effort de précontrainte  $P$  centré nécessaire est donné par:

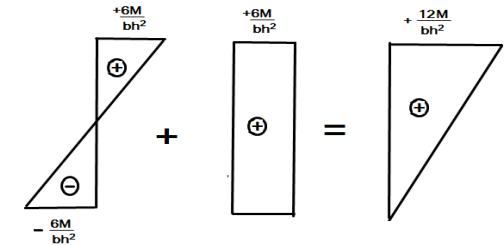
$$P = B \times \sigma_{p0} = 6M/h \quad (B = b \times h)$$

# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 1<sup>er</sup> cas: effet du câble centré



On remarque que les contraintes de traction ont été éliminées totalement, mais la compression du béton peut s'avérer excessive ( $\sigma_{\max}$  devient  $12M/bh^2$ ), ce qui fait que la précontrainte nécessaire à la partie inférieure se révèle inutile pour la partie supérieure.

Il faut donc faire en sorte d'avoir des contraintes de compression due à l'armature là où elle est (pas nécessairement au centre), d'où l'idée de l'excentrement de l'armature.

▲ La Précontrainte est un couple (P,e) et non une force.

# Principe de la Précontrainte

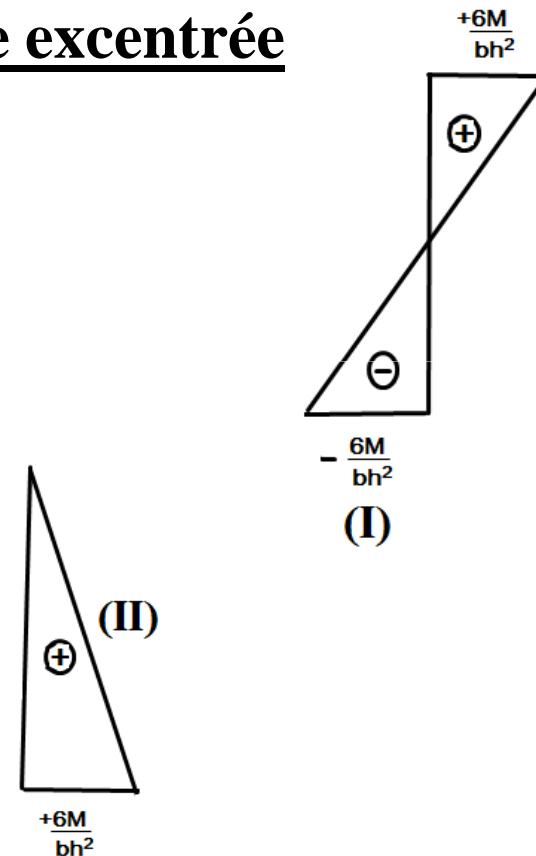
## Principes et fonctionnement du béton précontraint

### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée

À l'examen du diagramme (I),

on peut voir qu'un diagramme triangulaire de précontrainte est suffisant pour annuler les traction sans augmenter les compressions.



Et pour avoir ce diagramme (II), il faut placer l'armature à la limite inférieure du noyau central.

# Principe de la Précontrainte

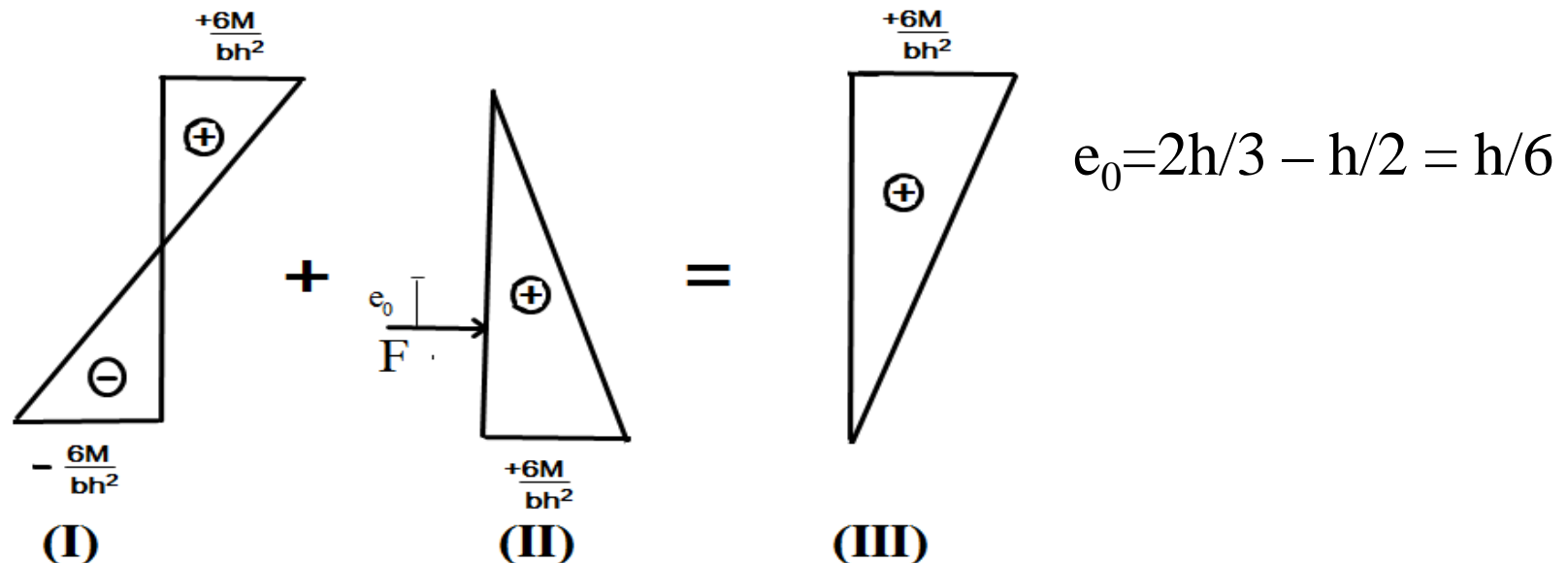
## Principes et fonctionnement du béton précontraint

### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée

RDM: quand la charge est un effort de compression alors le noyau central est le contour où on doit appliquer cet effort pour que la pièce soit entièrement comprimée.

Pour une section rectangulaire le noyau central est limité par  $\pm h/6$  par rapport au c.d.g.





## Principe de la Précontrainte

### Principes et fonctionnement du béton précontraint

### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

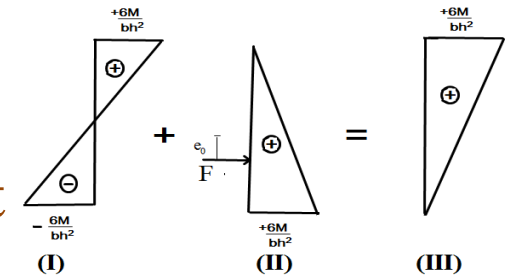
#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée

Cette nouvelle disposition présente par rapport à la première deux avantages:

1. La contrainte maximale n'est plus que  $\sigma_0$  au lieu de  $2\sigma_0$
2. La force de précontrainte nécessaire est égale à:

$$P' = (6M/bh^2) \times (bh/2) = 3M/h$$

soit la moitié seulement de l'effort de la précontrainte centrée, d'où l'intérêt que présente l'excentrement de la force de précontrainte: en jouant convenablement sur le couple  $(F, e_0)$ , on peut obtenir les conditions optimales des contraintes.



# Principe de la Précontrainte

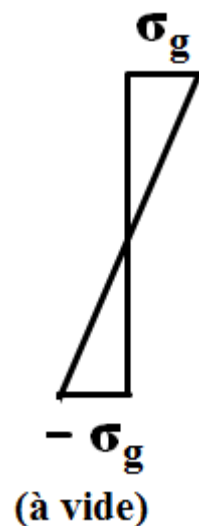
## Principes et fonctionnement du béton précontraint

### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

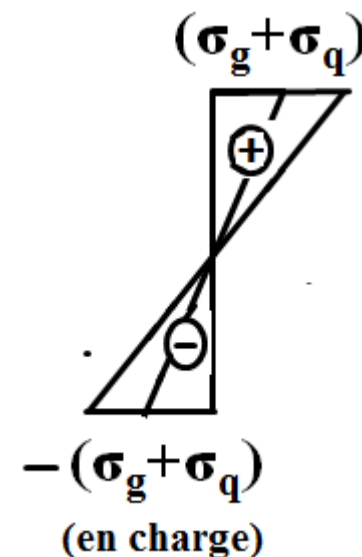
#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée

En pratique, la poutre sera sollicitée par des charges permanentes  $G$  qui engendreront les contraintes  $\sigma_g$ , et des charges d'exploitation  $Q$  qui engendreront  $\sigma_q$ .

À vide on aura le diagramme suivant:



En charge on aura le diagramme suivant:



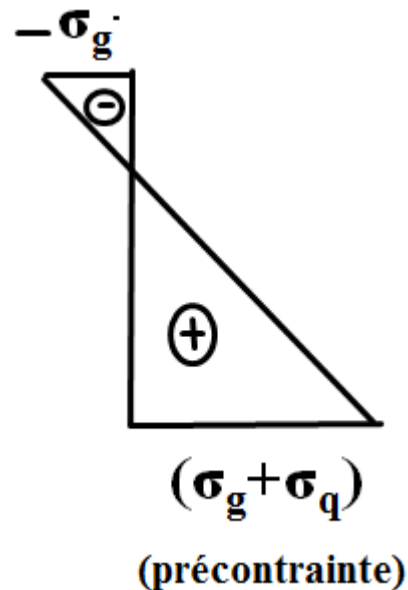
# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée

Admettons l'existence d'une armature de précontrainte excentrée qui donnerait le diagramme des contraintes suivant:



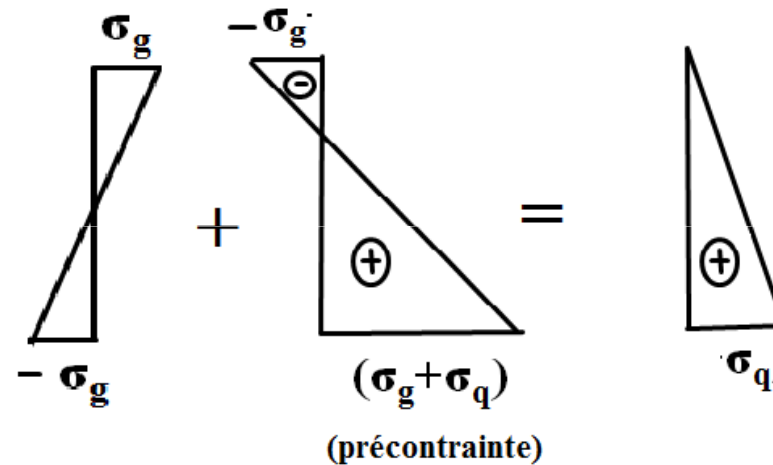
# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

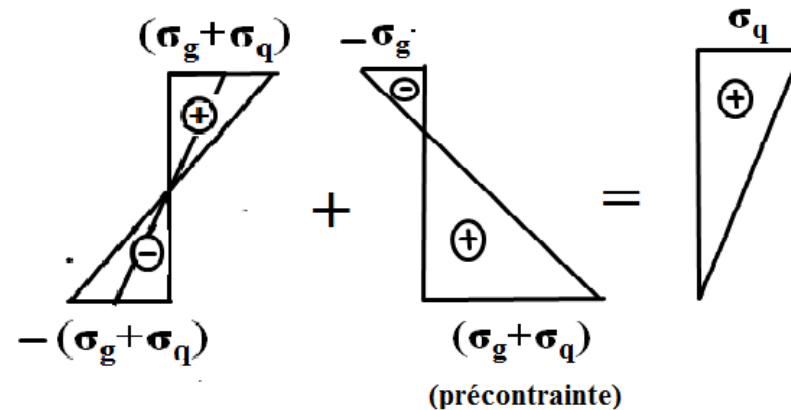
### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée

Alors, à vide on aura :



Et en charge on aura:



# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

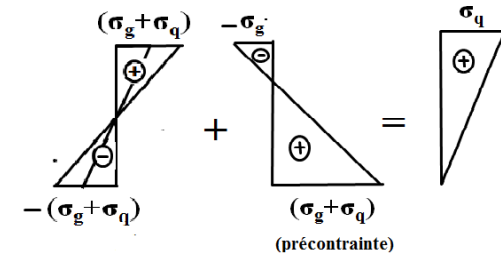
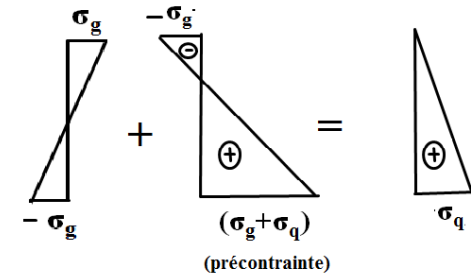
### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée

On remarque que:

- Pour avoir cette situation, il faut que l'armature de précontrainte soit placée à l'extérieur du noyau central (pour avoir et une compression et une traction).

- Les diagrammes des contraintes après l'application de la précontrainte ne dépendent plus des charges permanentes (compensation des charges permanentes par ce tracé particulier de l'armature).

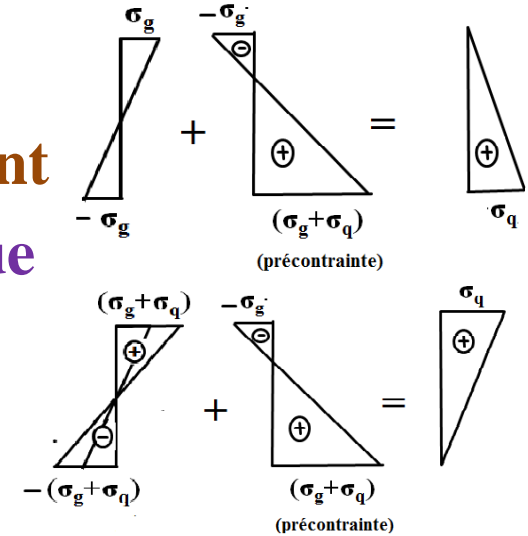


# Principe de la Précontrainte

## Principes et fonctionnement du béton précontraint

### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée



On a, en application de la formule:

$$\sigma = \frac{F}{B} \pm \frac{Mv}{I} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} F &= P'' \\ M &= P'' \cdot e \end{aligned}$$

L'effort de précontrainte nécessaire

Le moment engendré par la précontrainte /t au CDG de la section

$$\sigma_{\text{sup}} = -\sigma_g = \frac{P''}{B} + \frac{P'' \cdot e \cdot v_{\text{sup}}}{I} = \frac{P''}{b \cdot h} + (P'' \cdot e) \frac{6}{b \cdot h^2}$$

$$\sigma_{\text{inf}} = \sigma_g + \sigma_q = \frac{P''}{B} - \frac{P'' \cdot e \cdot v_{\text{inf}}}{I} = \frac{P''}{b \cdot h} - (P'' \cdot e) \frac{6}{b \cdot h^2}$$

## Principe de la Précontrainte

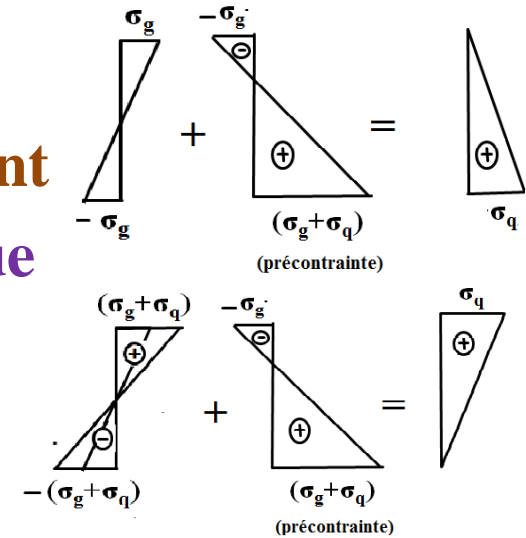
### Principes et fonctionnement du béton précontraint

#### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée



$$P'' = \frac{bh}{2} \sigma_q$$
$$e = -h \frac{\sigma_q + 2\sigma_g}{6\sigma_q}$$



On a la force de précontrainte qui ne dépend pas des contraintes liées aux charges permanentes.

On découvre ainsi un bon avantage de la précontrainte, ce qui a fait dire parfois: «en béton précontraint, la charge permanente est gratuite » (ce qui n'est pas le cas pour le BA)

## Principe de la Précontrainte

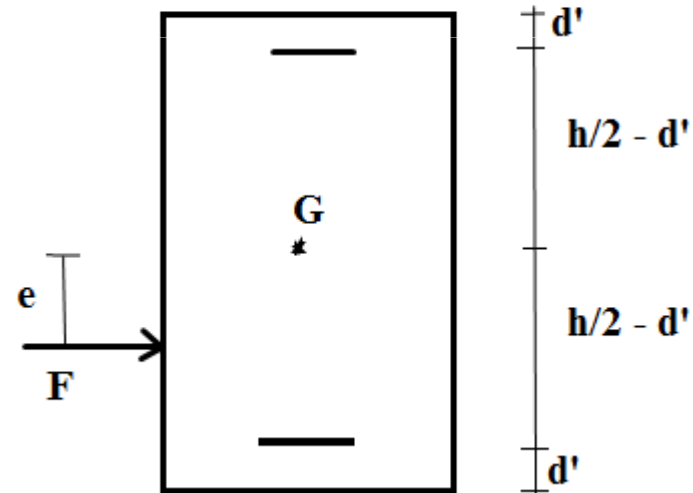
### Principes et fonctionnement du béton précontraint

#### Précontrainte d'une poutre fléchie isostatique

#### 2<sup>ème</sup> cas: effet de l'armature excentrée

Cependant, ce tracé optimal ne peut être réalisé que si l'armature est à l'intérieure du béton et admet un recouvrement suffisant:

$$-\left(\frac{h}{2} - d'\right) \leq e \leq \frac{h}{2} - d'$$





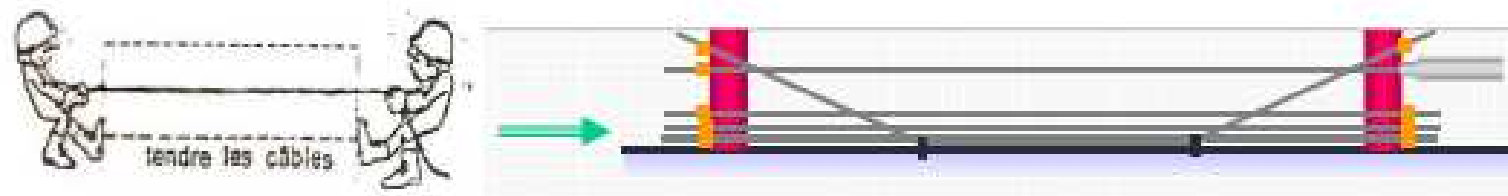
# Principe de la Précontrainte

## Modes de Précontrainte

### Précontrainte par pré-tension

Dans ce procédé, les câbles de précontrainte sont tendus entre deux massifs solidement ancrés avant le coulage du béton. Cette technique est surtout employée sur les bancs de préfabrication, pour réaliser des éléments répétitifs (poutrelles préfabriquées, traverses de chemin de fer, poteaux électriques...), les étapes sont:

- Les aciers de précontrainte sont mis en tension grâce à des vérins prenant appui sur des socles d'ancrages extérieurs au coffrage, et les aciers sont maintenus en tension par des ancres récupérables s'appuyant sur ces mêmes socles :

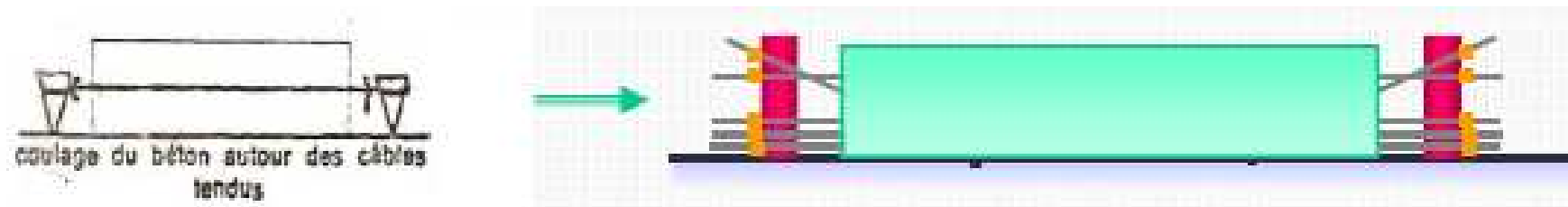


# Principe de la Précontrainte

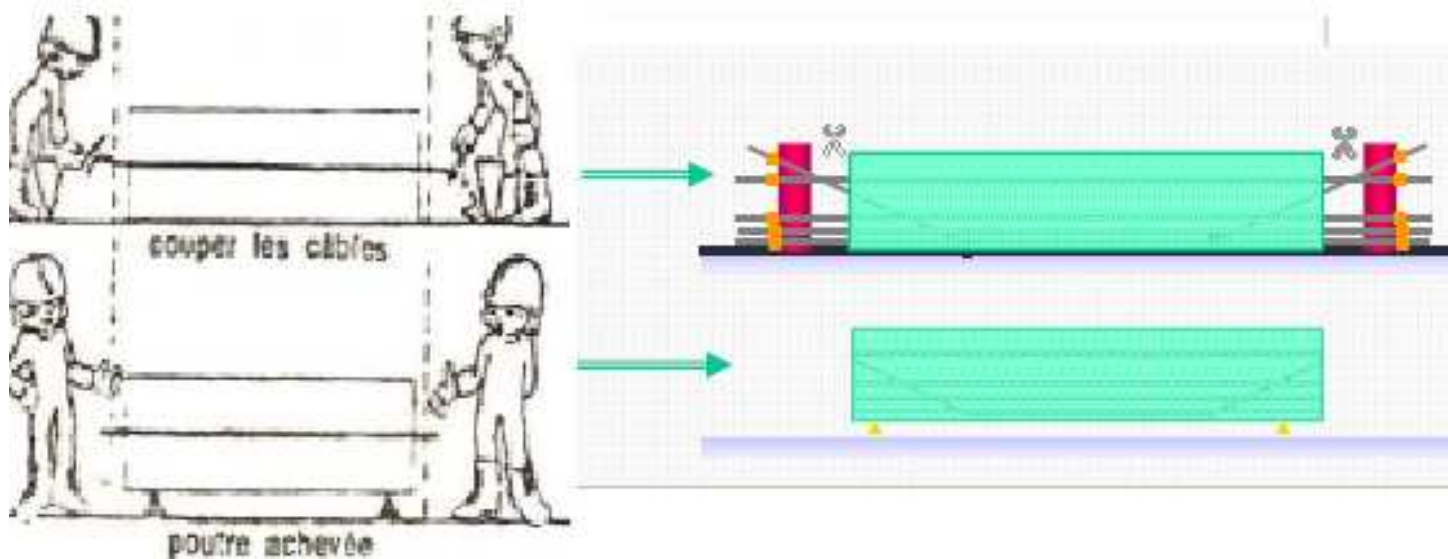
## Modes de Précontrainte

### Précontrainte par pré-tension

➤ Ensuite, on coule le béton dans le coffrage:



Les aciers sont coupés entre les coffrages et les socles une fois que le béton a acquis une résistance à la compression suffisante:



# Principe de la Précontrainte

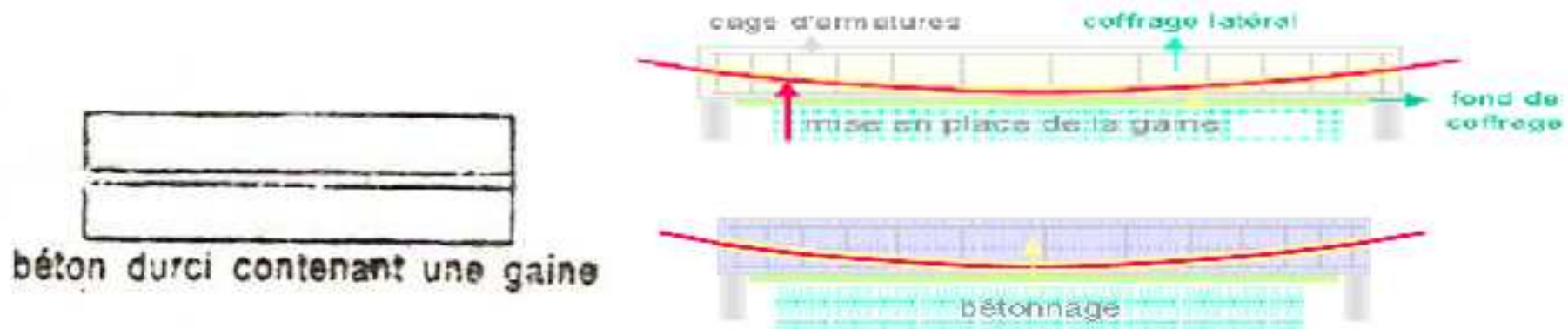
## Modes de Précontrainte

### Précontrainte par post-tension ou postcontrainte

Ce procédé consiste à tendre les câbles de précontrainte après coulage et durcissement du béton, en prenant appui sur la pièce à comprimer. Cette technique est utilisée pour les ouvrages importants et généralement, mise en œuvre sur chantier.

Les étapes sont:

- Mise en place de la gaine dans le coffrage et coulage du béton



# Principe de la Précontrainte

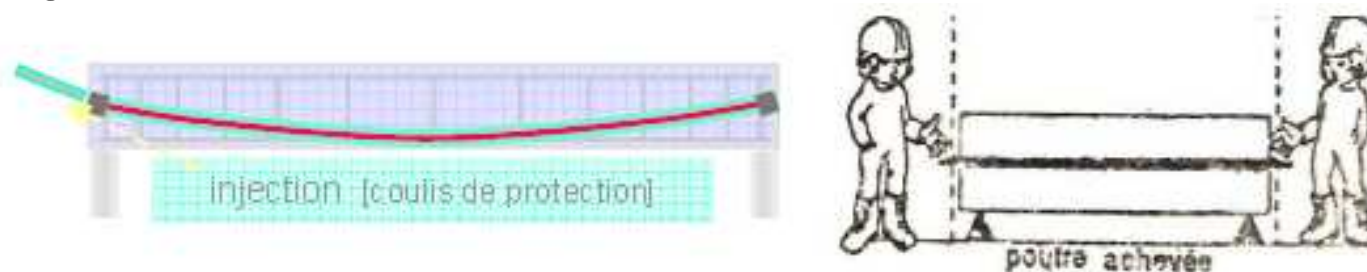
## Modes de Précontrainte

### Précontrainte par post-tension ou postcontrainte

➤ Après durcissement du béton, enfilez les aciers de précontrainte dans les gaines, les tendez par des vérins prenant appui sur la poutre et les ancrez dans des ancres spéciales non-récupérables .:



➤ Les gaines sont enfin injectées (coulis à base de ciment) pour protéger les aciers contre la corrosion.:

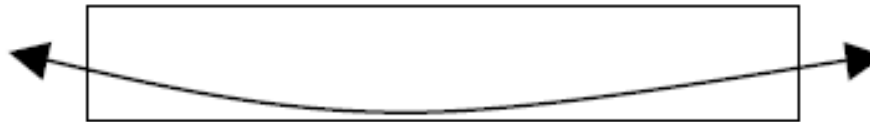


# Principe de la Précontrainte

## Modes de Précontrainte

*La mise en tension peut être faite en tendant l'acier aux deux extrémités de la pièce (actif - actif) ou en tendant une seule extrémité uniquement (actif - passif):*

*Actif - Actif*



*Actif - Passif*



# Principe de la Précontrainte

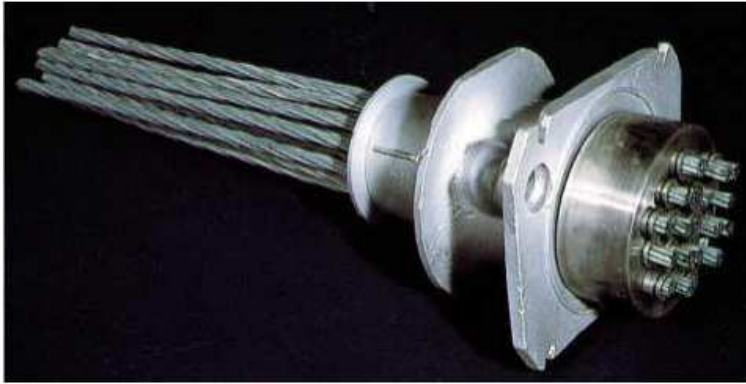
## Modes de Précontrainte

### Matériel

L'ensemble d'un procédé de précontrainte comprend, généralement, les éléments suivants :

- Dispositif d'ancrage: on distingue, principalement, deux types d'ancrage: Ancrage actif, situé à l'extrémité de la mise en tension; et Ancrage passif (ancrage mort), situé à l'extrémité opposée à la mise en tension.
- Les coupleurs : dispositif permettant les prolongements des armatures.
- Matériels de mise en tension : vérins, pompes d'injection, pompe d'alimentation des vérins, etc.
- Les accessoires : gaines, tubes d'injection, etc.





Toron





Câbles de précontrainte



Mise en tension des câbles



# Principe de la Précontrainte

## Modes de Précontrainte

On peut retrouver les avantages des deux systèmes de précontrainte dans le tableau suivant :

<i>Avantages de la pré-tension</i>	<i>Avantages de la post-tension</i>
- pas de gaines	- pas de limite de forme du câblage
- pas d'injections	- pas de limites de dimensions de l'élément
- pas d'ancrages perdus	- avantages liés au béton coulé en place
- mise en tension plus aisée	
- avantages liés à la préfabrication	