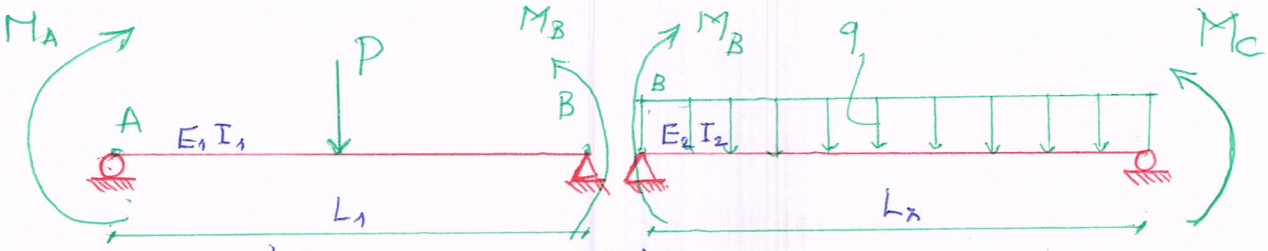
Théorème des Trois moments

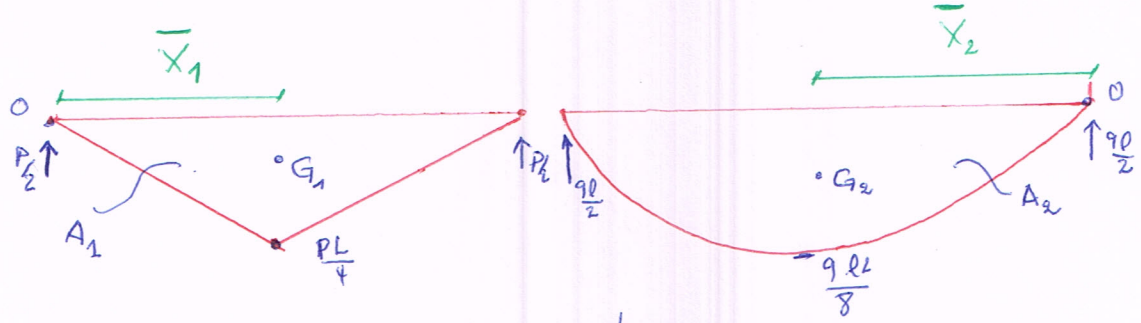
- L'équation générale du théorème des Trois moments s'écrit :

حفظ

$$\frac{M_A L_1}{E_1 I_1} + 2M_B\left(\frac{L_1}{E_1 I_1} + \frac{L_2}{E_2 I_2}\right) + M_C L_2 = \frac{-6(A_1 \bar{X}_1)}{L_1 E_1 I_1} - \frac{6(A_2 \bar{X}_2)}{L_2 E_2 I_2}$$



نعد رسم M(x) باعتبار القوى P و q فقط
في كل تشكل بسيط :

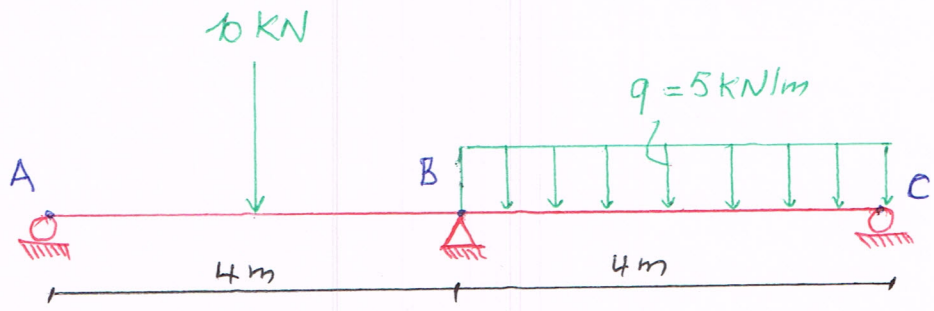


A_1 : surface de diagramme de moment 1
A_2 : " " " " 2
G_1 : Centre de gravité de diagramme 1
G_2 : " " " " 2
$\bar{X}_1$: distance de centre gravité du diagramme 1
$\bar{X}_2$: distance de centre de gravité du diagramme 2.

www.GenieCivilPDF.com

Exo1 :

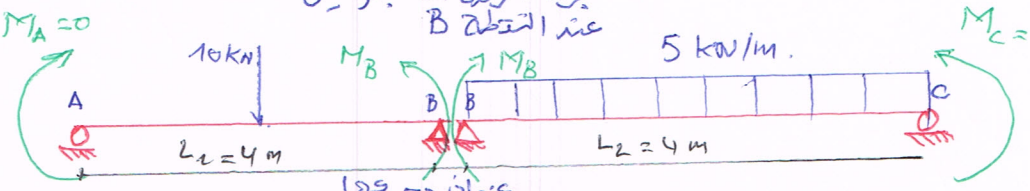
EI constante



Tracer les diagramme M, N, T

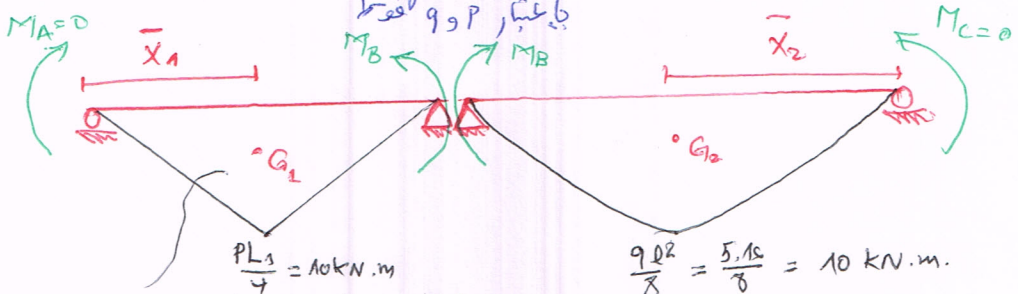
Solution :

جزء الرافدة الى جزئين عند النقطة B



عزمان هجوديان بياوي الصفر عند B

Diagramme M فقط طبيعيا q و P



$\frac{PL_1}{4} = 10 kN.m$

$A_1 = \frac{1}{2}(10.4) = 20\ kN.m^2$

$\bar{X}_1 = \frac{L_1}{2} = 2m$

$\frac{qL^2}{8} = \frac{5.16}{8} = 10\ kN.m.$

$A_2 = \frac{2}{3} M_{max} \cdot L_2 = \frac{2}{3}.10.4 = 26,67\ kN.m^2$

$\bar{X}_2 = \frac{L_2}{2} = \frac{4}{2} = 2m.$

L'équation des Trois moments donc sécrit : (EI constante)

$$M_A L_1 + 2M_B(L_1+L_2) + M_C L_2 = -\frac{6(A_1\bar{X}_1)}{L_1} - \frac{6(A_2\bar{X}_2)}{L_2}$$

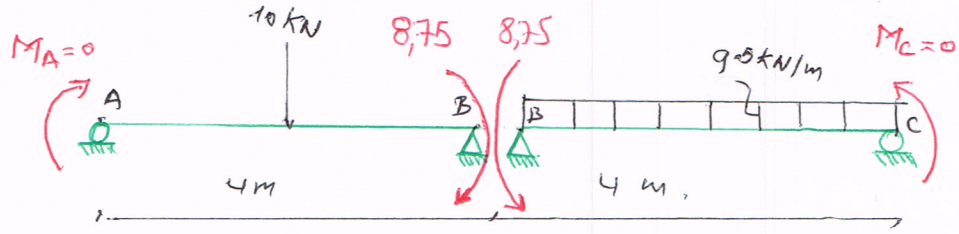
($M_A = 0$, $M_C = 0$)

$$\Leftrightarrow \quad 2M_B(4+4) = -\frac{6(20.2)}{4} - \frac{6(26,67.2)}{4}$$

$$\Leftrightarrow \quad M_B = \boxed{-8,75\ kN.m}$$

www.GenieCivilPDF.com

يرسم بعكس الإتجاه



رد الفعل R^V باعتبار P و q فقط على طرفي كل رافدة على حدى

$\sum F_y = 0$. $\sum M_i = 0$

$\frac{10}{2}$ ↑	$\frac{10}{2}$ ↑ + $\frac{5.4}{2}$ ↑	$\frac{5.4}{2}$ ↑

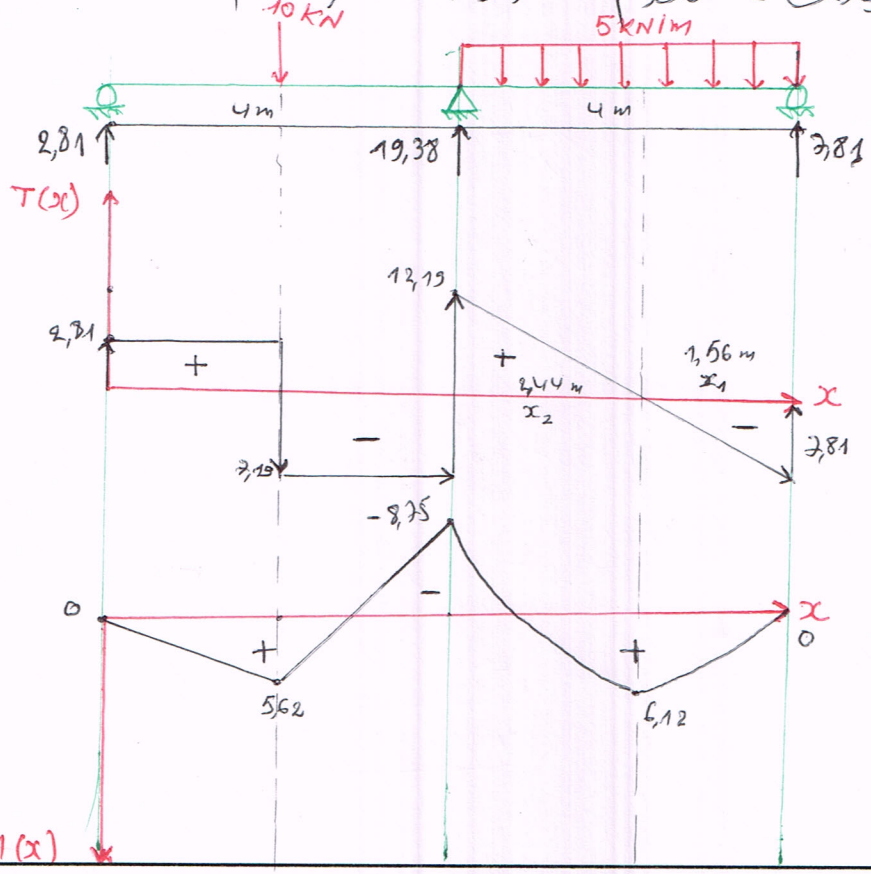
رد الفعل R^V باعتبار العزوم فقط مع نزع P و q

$\sum M_{/i} = 0$.

↑ 2,19	2,19 ↑ + 2,19 ↑	↑ 2,19
$\sum M_{/B=0}$	$\sum M_{/A=0}$	

$R_A^V = 2,81$ kN	$R_B^V = 19,38$ kN	$R_C^V = 7,81$ kN	المجموع

← يوجد طريقة أخرى لرسم T(x) و M(x) مباشرة



$\frac{7,81}{x_1} = \frac{12,19}{x_2} \Leftrightarrow x_1 = 0,64\, x_2$

$x_1 + x_2 = 4 \Rightarrow x_2 + 0,64\, x_2 = 4$

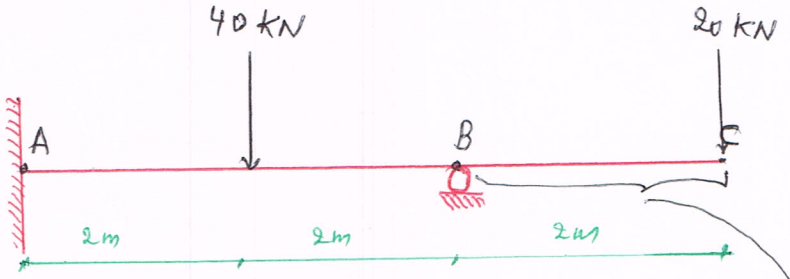
$x_2 = \frac{4}{1,64} = \boxed{2,44\ m}$

$x_1 = 4 - 2,44 = \boxed{1,56\ m}$

www.GenieCivilPDF.com

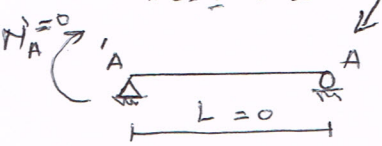
Exo2 :

EI constante



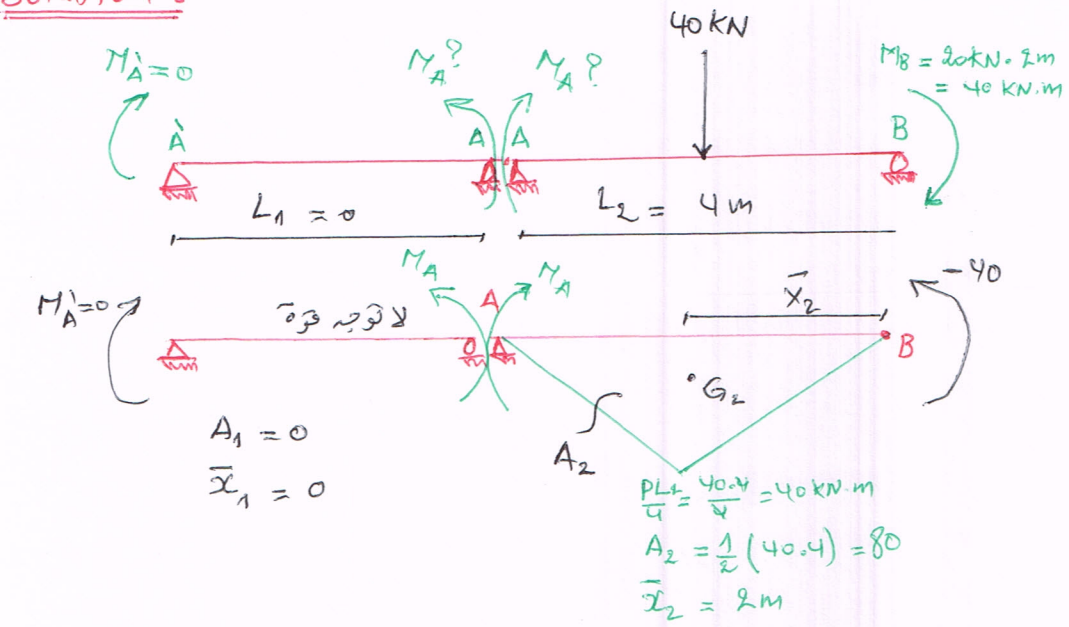
Tracer M, N, T

ليتحول المسند الحر إلى:



تتحول الرافدة التي لا تكون بين مسندين الى عزم فقط.

Solution :



$\frac{PL^2}{4} = \frac{40.4}{4} = 40\ kN.m$

$A_2 = \frac{1}{2}(40.4) = 80$

$\bar{X}_2 = 2m$

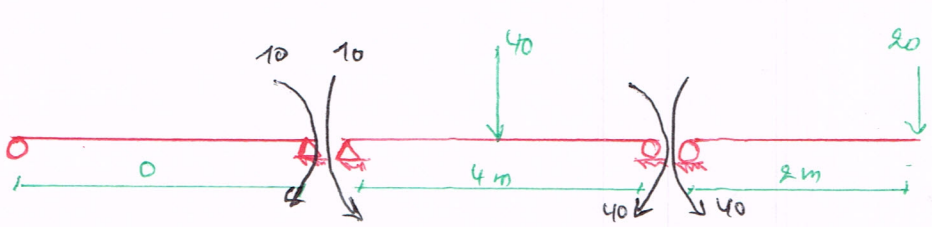
L'équation des Trois moment s'écrit comme suit :

$$M_A L_1 + 2M_A(L_1 + L_2) + M_B L_2 = -\frac{6(A_1\bar{X}_1)}{L_1} - \frac{6(A_2\bar{X}_2)}{L_2}$$

$$8M_A + (-40.4) = -\frac{6(80.2)}{4}$$

$$\boxed{M_A = -10\ kN.m}$$

www.GenieCivilPDF.com



رد الفعل R^V باعتبار P فقط على طرفي كل رافدة.

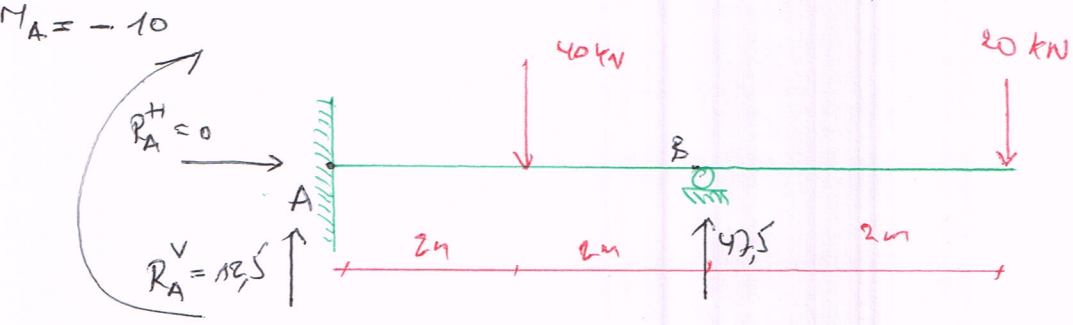
$\uparrow 0$ | $0 \uparrow \uparrow \frac{40}{2}$ | $\frac{40}{2} \uparrow \uparrow 20$

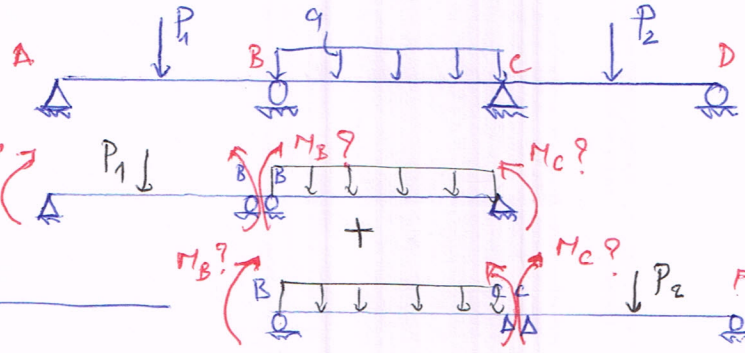
رد الفعل R^V باعتبار العزوم فقط بدون قوى خارجية

$\uparrow 0$ | $0 \uparrow \uparrow -75$ | $+75 \uparrow \uparrow$ ✗ العزم محسوب من القوة (20) لا لتحديد الحساب

$\uparrow 0$ | $R_A^V = 125\ kN$ | $R_B^V = 47{,}5\ kN$ | المجموع.

← الآن لحساب N(x) و T(x) باستخدام الطريقة المبيانية لرسم





1 معادلة ←

2 معادلة ←

ملاحظة:

- في حال كان لدينا الشكل ؛
- فإن كل رافدة تدرس على حدة ؛

- عند حل جملة المعادلتين نتحصل على M_B و M_C.

www.GenieCivilPDF.com