

IX-1 Introduction :

Les poteaux sont calculés en flexion composée dans les deux sens (transversal et longitudinal) à l'ELU. En précédant à des vérifications à l'ELS, les combinaisons considérées pour les calculs sont :

- $1,35G+1,5Q \Rightarrow$ à l'ELU.
- $G+Q \Rightarrow$ à l'ELS
- $G+Q \pm E \Rightarrow$ RPA99 révisé 2003.
- $0,8G \pm E \Rightarrow$ RPA99 révisé 2003.

Les calculs se font en tenant compte de trois types de sollicitations :

- effort normal maximal et le moment correspondant.
- effort normal minimal et le moment correspondant.
- moment fléchissant maximal et l'effort normal correspondant.

IX-2 Recommandations et exigences du RPA99 révisé 2003 en zone IIa :**IX -2-1 Armatures longitudinales :**

- Les armatures longitudinales doivent être à **haute adhérence**, droites et sans crochets.
- Les pourcentages d'armatures recommandés par rapport à la section du béton sont :

- **Le pourcentage minimal d'armatures sera $0,8\% \times b \times h$**

Poteau (50×40) : $A_{\min}=0.008 \times 50 \times 40 = 16\text{cm}^2$

Poteau (45×35) : $A_{\min}=0.008 \times 45 \times 35 = 12.6\text{cm}^2$

Poteau (40×30) : $A_{\min}=0.008 \times 40 \times 30 = 9.6\text{cm}^2$

Poteau (35×30) : $A_{\min}=0.008 \times 35 \times 30 = 8.4\text{cm}^2$

- **Le pourcentage maximal en zone de recouvrement sera de $6\% \times b \times h$**

Poteau (50×40) : $A_{\max}=0.06 \times 50 \times 40 = 120\text{cm}^2$

Poteau (45×35) : $A_{\max}=0.06 \times 45 \times 35 = 94.5\text{cm}^2$

Poteau (40×30) : $A_{\max}=0.06 \times 40 \times 30 = 72\text{cm}^2$

Poteau (35×30) : $A_{\max}=0.06 \times 35 \times 30 = 63\text{cm}^2$

- **Le pourcentage maximal en zone courante sera $4\% \times b \times h$**

Poteau (50×40) : $A_{\max}=0.04 \times 50 \times 40 = 80\text{cm}^2$

Poteau (35×40) : $A_{\max}=0.04 \times 45 \times 35 = 63\text{cm}^2$

Poteau (30×35) : $A_{\max}=0.04 \times 40 \times 30 = 48\text{cm}^2$

Poteau (30×35) : $A_{\max}=0.04 \times 35 \times 30 = 42\text{cm}^2$

- Le diamètre minimal est de **12[mm]**
- La longueur minimale des recouvrements $L_R = 40 \Phi_L^{\min}$
- La distance entre les barres verticales dans une face ne doit pas dépasser **25cm** en zone IIa.
- Les jonctions par recouvrement doivent être si possibles, à l'extérieur des zones nodales (zone critique).

VI-2-2 Armatures transversales :

Le rôle des armatures transversales consiste à :

- Empêcher les déformations transversales du béton et le flambement des armatures longitudinales.
- Reprendre les efforts tranchants et les sollicitations des poteaux au cisaillement.
- Positionner les armatures longitudinales
- Elles sont calculées à l'aide de la formule suivante :

$$\frac{A_t}{S_t} = \frac{\rho_a \times V_u}{h_t \times f_e} \quad (\text{RPA99 révisée 2003/Art7.4.2.2})$$

Avec :

V_u : effort tranchant de calcul.

h_t : hauteur totale de la section brute.

f_e : contrainte limite élastique de l'acier des armatures transversales.

ρ_a : Coefficient correcteur qui tient compte du mode fragile de rupture par effort tranchant.

$$\rho_a = \begin{cases} 2.5 \rightarrow \lambda_g \geq 5 \\ 3.75 \rightarrow \lambda_g < 5 \end{cases}$$

Avec : λ_g élancement géométrique

A_t : armatures transversales.

S_t : espacement des armatures transversales.

La valeur **maximum** d'espacement en zone IIa est fixée comme suit :

- **Dans la zone nodale :**

$$S_t \leq \text{Min}(10\phi, 15\text{cm})$$

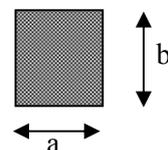
- **Dans la zone courante :**

$$S_t \leq 15\phi_l^{\min}$$

Avec ϕ est le diamètre minimale des armatures longitudinales du poteau

▪ Calcul d'élancement :(élancement géométrique)

$$\lambda_g = \left\{ \frac{L_f}{a}, \frac{L_f}{b} \right\}$$



Avec :

a et b : dimension de la section droite du poteau dans la direction de la déformation considérée.

L_f : longueur de flambement.

■ Quantité d'armatures transversales minimale : (RPA99 révisée 2003/Art7.4.22)

$\frac{A_t}{bS_t}$ en % est donné comme suite :

Si $\lambda_g \geq 5 \Rightarrow 0,3\%$.

Si $\lambda_g \leq 3 \Rightarrow 0,8\%$.

Si $3 < \lambda_g < 5$ interpoler entre les valeurs précédentes

Les cadres et les étriers doivent être fermés par des crochets à 135° ayant une longueur droite de $10\phi_t$ minimum

IX-3 Calcul des armatures à l'ELU :

Etapas de calcul en flexion composée :

IX-3-1 Armatures longitudinales :

✓ Si N_U est un effort de traction et

$e = \frac{M_U}{N_U} < \left(\frac{h}{2} - C\right)$ Alors la section est entièrement tendue

✓ Si $e = \frac{M_u}{N_u} \geq \left(\frac{h}{2} - C\right)$ Alors la section est partiellement comprimée.

✓ Si $e = \frac{M_u}{N_u} < \left(\frac{h}{2} - C\right)$.Il faut vérifier en plus l'inégalité suivante.

$$(d-c) N_u - M_f \leq \left(0,337 - 0,81 \frac{c'}{h}\right) b h^2 f_{bc} \rightarrow (A)$$

Avec $M_f = M_u + N_u \left(\frac{h}{2} - c\right) \rightarrow$ moment fictif

➤ Si l'inégalité est vérifiée, alors la section est partiellement comprimée, donc le calcul se fait comme suit :

$$\mu_b = \frac{M_f}{b d^2 f_{bu}} \quad \text{Si } \mu_b < \mu_l \text{ la section est simplement armée. (SSA)}$$

Si $\mu_b > \mu_l$ la section est doublement armée (SDA)
donc il faut calculer A_1 et A'_1 ,

$$\mu_l = 0.392.$$

$$A_1 = \frac{M_f}{\beta d \sigma_s}$$

La section réelle est donnée par : $A_s = A_l - \frac{N}{\sigma_s}$ pour une SSA

Pour une section doublement armée

$$A_l = \frac{M_r}{\beta d \sigma_s} + \frac{\Delta M}{(d - c') \sigma_s}$$

$$A_l' = \frac{\Delta M}{(d - c') \sigma_s}$$

Avec $\Delta M = M_f - M_r$

M_r : moment ultime pour une section simplement armée

Finalement la section réelle d'armature est $A_s' = A_l'$, $A_s = A_l - \frac{N_u}{\sigma_s}$

➤ Si l'inégalité (A) n'est pas vérifiée, donc la section est entièrement comprimée ; il faut donc vérifier l'inégalité suivante :

$$N_u(d - c') - M_f \geq \left(0,5 - \frac{c'}{h}\right) b h^2 f_{bu} \rightarrow (B)$$

➤ Si l'inégalité (B) est vérifiée, donc la section à besoin d'armatures inférieures comprimées.

$$A_s' = \frac{M_f - (d - 0,5h) b h f_{bc}}{(d - c') \sigma_s}$$

$$A_s = \frac{N_u - b \cdot h \cdot f_{bu}}{\sigma_s} - A_s'$$

➤ Si l'inégalité (B) n'est pas vérifiée, la section n'a pas besoin d'armatures inférieures.

$$A_s' = \frac{N_u - \Psi \times b \times h \times f_{bc}}{\sigma_s}$$

$A_s = 0$.

$$\text{Avec : } \Psi = \frac{0,357 + \frac{N(d - c') - M_f}{b h^2 f_{bc}}}{0,857 - \frac{c'}{h}}$$

Les résultats seront donnés par les tableaux qui suivent.

IX-3-1-a) Calcul des armatures dans le sens transversal :

Niveaux	Effort Normal (KN)	Moment (KN.m)	Section (b×h) (cm) ²	obs.	A _{st} (cm ²)	A' _s (cm ²)	A _{min} (cm ²)	A _{dopté} (cm ²)	Choix Des barres
RDC	N _{max} = -2303.401	M _{cor} = -4.2289	50×40	SEC	000	0.00	16	20,6	4HA20+4HA16
	N _{min} = 551.212	M _{cor} = 2.0833		SET	7.01	6.77			
	N _{cor} = 401.929	M = 36.4702		SET	7.10	2.94			
1 ^{er} , 2 ^{ème}	N _{max} = -2041.163	M _{cor} = -10.5024	45×35	SEC	0,00	0,00	12,6	14,2	4HA16 + 4HA14
	N _{min} = 338.545	M _{cor} = 0.8122		SET	4,28	4,18			
	N _{cor} = -882.924	M = 36.9401		SPC	0,00	0,00			
3 ^{ème} , 4 ^{ème} , 5 ^{ème} et 6 ^{ème}	N _{max} = -1547.315	M _{cor} = -24.4091	40×30	SEC	00	00	9,6	12,32	8HA14
	N _{min} = 150.972	M _{cor} = 1.8075		SET	2,00	1.77			
	N _{cor} = -477.131	M = 45.737		SPC	0,00	0,00			
7 ^{ème} , 8 ^{ème} et 9 ^{ème}	N _{max} = -607.131	M _{cor} = -38.237	35×30	SPC	0,00	0,00	8,4	10,68	4HA14+4HA12
	N _{min} = 20.063	M _{cor} = 26.7675		SPC	2.41	0,00			
	N _{cor} = -116.101	M = 53.3349		SPC	2.98	0,00			

IX-3-1-b) Calcul des armatures dans le sens longitudinal :

Niveaux	Effort Normal (KN)	Moment (KN.m)	Section ($b \times h$) (cm) ²	obs.	A _s ' (cm)	A _s (cm)	A _{min} (cm ²)	A _{dopté} (cm ²)	Choix Des barres
RDC	N _{max} = -2303.401	M _{cor} = 2.5632	50×40	SEC	0,00	0,00	16	20.6	4HA20+4HA16
	N _{min} = 551.212	M _{cor} = 14.3727		SET	7.94	5.84			
	N _{cor} = -491.106	M = 44.5905		SEC	0,00	0,00			
1 ^{er} , 2 ^{ème}	N _{max} = -2041.163	M _{cor} = 5.6537	45×35	SEC	0,00	0,00	12,6	14,2	4HA16 + 4HA14
	N _{min} = 338.545	M _{cor} = 9.1372		SET	5.02	3.44			
	N _{cor} = -1068.978	M = 38.9916		SPC	0,00	0,00			
3 ^{ème} , 4 ^{ème} , 5 ^{ème} et 6 ^{ème}	N _{max} = -1547.315	M _{cor} = 5.3556	40×30	SEC	0,00	0,00	9,6	12,32	8HA14
	N _{min} = 150.972	M _{cor} = 6.8241		SET	2.6	1.18			
	N _{cor} = -473.407	M = 53.5533		SPC	0,00	0,00			
7 ^{ème} , 8 ^{ème} 9 ^{ème}	N _{max} = -607.131	M _{cor} = 5.9495	35×30	SPC	0,00	0,00	8,4	10,68	4HA14+4HA12
	N _{min} = 20.063	M _{cor} = 29.8187		SPC	3.12	0,00			
	N _{cor} = -94.746	M = 57.8661		SPC	4.62	0,00			

IX-3-2 Les armatures transversales :

Les armatures transversales sont disposées dans le plans perpendiculaire a l'axe longitudinal de la pièce et entourant les armatures longitudinales en formant une ceinture de manière a empêcher le mouvement de celle-ci vers la paroi de poteau.

(Exemple de calacul pour RDC)

❖ Le diamètre Φ_t des armatures transversales doit être égal au moins à ;

$$\Phi_t = \frac{1}{3} \Phi_L^{\max} = \frac{16}{3} = 5.33cm \text{ Soit } \Phi_t = 8mm$$

Les armateur longitudinales des poteaux seront encadrées par deux cadres en $\Phi 8$ soit ($A_t = 2.01$)

❖ L'espacement des armatures: (BAEL 91 ArtA 8.1.3)

$$S_t \leq \min \{15\Phi_L^{\min}, 40cm, (a + 10)cm\} = \min \{15 \times 1.6, 40cm, 40 + 10\}$$

$$S_t \leq 24cm$$

Avec a: est la petite dimension du poteau.

❖ Recommandations du RPA 99 révisé 2003 /art 7.4.2.2

✓ En zone nodale :

$$S_t \leq \text{Min} (10\phi, 15cm) = \min (10 \times 1.6, 15cm) = 15cm$$

✓ En zone courante :

$$S_t \leq 15\phi_t^{\min}$$

$$S_t \leq 15 \times 1.6 = 24cm$$

On adopte des espacement suivant :

En zone nodale $S_t = 10 \text{ cm}$

En zone courante $S_t = 15 \text{ cm}$

Commentaire :

A la zone nodale, très sensible aux séismes on ajoute des armatures en U superposées (avec alternances d'orientation) a fin de la consolider et ainsi, la rendre moins vulnérable.

❖ Vérification de la quantité d'armature RPA99/ART 7.4.2.2

$$\lambda_g = \frac{0.7l_0}{b} = \frac{0.7 \times 4.08}{0.4} = 7.14 > 5 \Rightarrow A_t^{\min} = 0.003 \times 15 \times 40 = 1.8cm^2$$

(tel que b est le plus petit cote des poteaux, parallèle au plan de flambement)

❖ Calcul des armatures transversales selon RPA99

$$\frac{A_t}{S_t} = \frac{\rho_a \times V_u}{h_t \times f_e} \Rightarrow A_t = \frac{S_t \times \rho_a \times V_u}{h_t \times f_e} = \frac{10 \times 2.5 \times 163.162 \times 10}{40 \times 400} = 2.55 \text{ cm}^2$$

Sauf pour RDC les armatures longitudinal des poteaux seront encadrées deux cadres en $\phi 10$ soit ($A_t=3.12$)

$$A_t = 3.12 \text{ cm}^2 > A_{\min} 1.8 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Condition vérifiée}$$

❖ Longueur de recouvrement

$$L_R = 40\phi = 40 \times 1.6 = 64 \text{ cm}$$

➤ Vérification au cisaillement

$$\tau_b = \frac{V_u}{bd} \leq \bar{\tau}_b = \rho_d f_{c28} \quad (\text{RPA art7.4.3.2})$$

$$\tau_b = \frac{163.162 \times 1000}{40 \times 47 \times 100} = 0.87 \leq \bar{\tau}_b = 1.875 \quad \text{Condition vérifiée}$$

📊 Tableaux récapitulatifs pour les autres étages

Niveaux	V_u	λ_g	ρ_a	b	h	ρ_d	A_t	$A_{t \min}$	A_{tadop}	S_t	τ_b	$\bar{\tau}_b$	obser
1 et 2	81.051	6.12	2.5	35	45	0.075	1.44	1.8	2.01	10	0.56	1.875	vérifie
3, 4, 5 et 6	61.076	7.14	2.5	30	40	0.075	1.27	1.8	2.01		0.55	1.875	vérifie
7,8,9	66.934	7.14	2.5	30	35	0.075	1.39	1.8	2.01		0.7	1.875	vérifie

IX-4 Vérifications à l'ELS :

Pour le cas des poteaux, on vérifie l'état limite de compression du béton

$$\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0.6 \times f_{c28} = 15 \text{ MPa} \quad (\text{BAEL 91 A.4.5.2})$$

Deux cas peuvent se présenter :

$$\text{Si } e_s = \frac{M_s}{N_s} < \frac{h}{6} \Rightarrow \text{Section entièrement comprimée.}$$

$$\text{Si } e_s = \frac{M_s}{N_s} > \frac{h}{6} \Rightarrow \text{Section partiellement comprimée.}$$

➤ **Vérification d'une section entièrement comprimée :**

-on calcul l'air de la section homogène totale : $S = b.h + 15(As + A's)$

-on détermine la position du centre de gravité qui est situé à une distance X_G au dessus du centre de gravité géométrique :

$$X_G = 15 \cdot \frac{A's \times (0.5 \times h - d') - A_s(d - 0.5 \times h)}{b \times h + 15(As + A's)}$$

-on calcul l'inertie de la section homogène totale :

$$I = \frac{b \times h^3}{12} + b \times h \times X_G^2 + 15[A's(0.5 \times h - d' - X_G)^2 + A_s(d - 0.5 \times h + X_G)^2]$$

Les contraintes dans le béton valent :

$$\sigma_{sup} = \frac{N_s}{S} + \frac{N_s \cdot (e_s - X_G) \times \left(\frac{h}{2} - X_G\right)}{I} \Rightarrow \text{Sur la fibre supérieure}$$

$$\sigma_{inf} = \frac{N_s}{S} - \frac{N_s \cdot (e_s - X_G) \times \left(\frac{h}{2} + X_G\right)}{I} \Rightarrow \text{Sur la fibre inférieure}$$

Finalement on vérifie : $\max(\sigma_{sup}, \sigma_{inf}) \leq \bar{\sigma}_{bc}$

Remarque : si les contraintes sont négatives on refait le calcul avec une section partiellement comprimée.

➤ **Vérification d'une section partiellement comprimée :**

Pour calculer la contrainte du béton on détermine la position de l'axe neutre :

$$y_1 = y_2 + L_c$$

Avec :

y_1 : la distance entre l'axe neutre à l'ELS et la fibre la plus comprimée.

y_2 : la distance entre l'axe neutre à l'ELS et le centre de pression C_p .

L_c : la distance entre le centre de pression C_p et la fibre la plus comprimée.

y_2 : est à déterminer par l'équation suivante : $y_2^3 + p y_2 + q = 0$

Avec :

$$Lc = \frac{h}{2} - e_s$$

$$p = -3Lc^2 - \frac{90 A'_s}{b} (Lc - c') + \frac{90 A_s}{b} (d - Lc)$$

$$q = -2Lc^3 - \frac{90 A'_s}{b} (Lc - c')^2 + \frac{90 A_s}{b} (d - Lc)^2$$

La solution de l'équation est donnée par la méthode suivante :

On calcul $\Delta = q^2 + \frac{4p^3}{27}$.

Si $\Delta \geq 0 \Rightarrow$ alors il faut calculer

$$t = 0,5(\sqrt{\Delta} - q), u = t^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y_2 = u - \frac{p}{3 \times u}$$

Si $\Delta < 0 \Rightarrow$ on calcul alors : $\cos \varphi = \frac{3q}{2p} \sqrt{\frac{3}{|p|}}$ puis $a = \sqrt{\frac{|p|}{3}}$

Après on choisit une solution qui convient parmi les trois suivantes :

1) $y_2^1 = a \cos \varphi \left(\frac{\varphi}{3} \right)$.

2) $y_2^2 = a \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120 \right)$.

3) $y_2^3 = a \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 240 \right)$

- On tiendra pour y_2 la valeur positive ayant un sens physique tel que : $0 < y_1 = y_2 + Lc < h$

$$I = \frac{b}{3} y_1^3 + 15 \left[A_s (d - y_1)^2 + A'_s (y_1 - c')^2 \right]$$

Finalement : $\sigma_{bc} = \frac{y_2 \times N_s}{I} \times y_1 \leq \bar{\sigma}_{bc}$

Les résultats sont donnés par les tableaux suivants :

IX-4-4 Vérification des contraintes pour les poteaux dans le sens transversal (à l'ELS) :

Niveaux	Effort Normal (KN)	Moment (KN.m)	Section ($b \times h$) (cm) ²	Obs.	σ_b (MPa)	$\bar{\sigma}_b$ (MPa)	A_{min} (cm^2)	$A_{adopté}$ (cm^2)	Observation	σ_{S1}	σ_{S2}	$\bar{\sigma}_S$	Observation
RDC	$N_{max} = -1669.693$	$M_{cor} = -3.2741$	50×40	SEC	7,58	15	16	20.6	vérifiée	113.42	109.36	348	vérifiée
	$N_{min} = -408.924$	$M_{cor} = -2.3651$		SEC	1,93	15				28.76	25.8	348	
	$N_{cor} = -483.653$	$M = 18.2021$		SEC	2.99	15				43.46	21.08	348	
1 ^{er} , 2 ^{ème}	$N_{max} = -1479.624$	$M_{cor} = -8.1008$	45×35	SEC	9,05	15	12,6	14,2	vérifiée	134.62	120.22	348	vérifiée
	$N_{min} = -276.014$	$M_{cor} = 2.3904$		SEC	1,75	15				25.86	21.61	348	
	$N_{cor} = -1294.071$	$M = 20.2503$		SEC	8,82	15				129.44	93.45	348	
3 ^{ème} , 4 ^{ème} , 5 ^{ème} et 6 ^{ème}	$N_{max} = -1122.176$	$M_{cor} = -18.0663$	40×30	SEC	10,19	15	9,6	12,32	vérifiée	148.77	102.72	348	vérifiée
	$N_{min} = -101.165$	$M_{cor} = -1.8891$		SEC	0,95	15				13.76	8.92	348	
	$N_{cor} = -553.665$	$M = 29.8016$		SEC	7.12	15				100.03	24.06	348	
7 ^{ème} , 8 ^{ème} et 9 ^{ème}	$N_{max} = -442.102$	$M_{cor} = -28.1372$	35×30	SPC	7,44	15	8,4	10,68	vérifiée	102.13	-10.6	348	vérifiée
	$N_{min} = -5.533$	$M_{cor} = -2.0165$		SPC	0,47	15				4.9	10.53	348	
	$N_{cor} = -125.007$	$M = 35.6288$		SPC	7.73	15				90.01	161.65	348	

IX-4-4 Vérification des contraintes pour les poteaux dans le sens longitudinale (à l'ELS) :

Niveaux	Effort Normal (KN)	Moment (KN.m)	Section (bxh) cm ²	obs.	σ_{bl} (MPa)	σ_b (MPa)	A_{min} (cm ²)	$A_{adopté}$ (cm ²)	Observation	σ_{S1} MPa	σ_{S2} MPa	σ_S MPa	Observation
RDC	$N_{max} = -1669.69$	$M_{cor} = 1.8629$	50 × 40	SEC	7,52	15	16	16,07	vérifiée	112.56	110.21	348	vérifiée
	$N_{min} = -408.924$	$M_{cor} = 4.0272$		SEC	2,06	15				30.32	24.45	348	
	$N_{cor} = -869.619$	$M = 27.3544$		SEC	5,48	15				78.62	37.41	348	
1 ^{ier} , 2 ^{ème}	$N_{max} = -1479.62$	$M_{cor} = 4.1163$	45 × 35	SEC	8.87	15	12,6	14,2	vérifiée	132.05	122.79	348	vérifiée
	$N_{min} = -276.014$	$M_{cor} = 2.4541$		SEC	1,23	15				17.88	12.43	348	
	$N_{cor} = -711.12$	$M = 22.4237$		SEC	6,08	15				86.12	36.36	348	
3, 4, 5 et 6	$N_{max} = -1122.17$	$M_{cor} = 3.8875$	40 × 30	SEC	8,91	15	9,6	12,32	vérifiée	132.11	119.38	348	vérifiée
	$N_{min} = -101.165$	$M_{cor} = -1.8733$		SEC	1,01	15				14.4	8.27	348	
	$N_{cor} = -136.919$	$M = 33.3416$		SPC	7,74	15				85.03	163.96	348	
7, 8 et 9	$N_{max} = -442.102$	$M_{cor} = 4.3229$	35 × 30	SEC	4,42	15	8,4	10,68	vérifiée	64.4	48.3	348	vérifiée
	$N_{min} = -5.533$	$M_{cor} = -4.2708$		SPC	1.2	15				10.41	35.12	348	
	$N_{cor} = -37.302$	$M = 31,9801$		SPC	8,32	15				77.4	268.96	348	

