

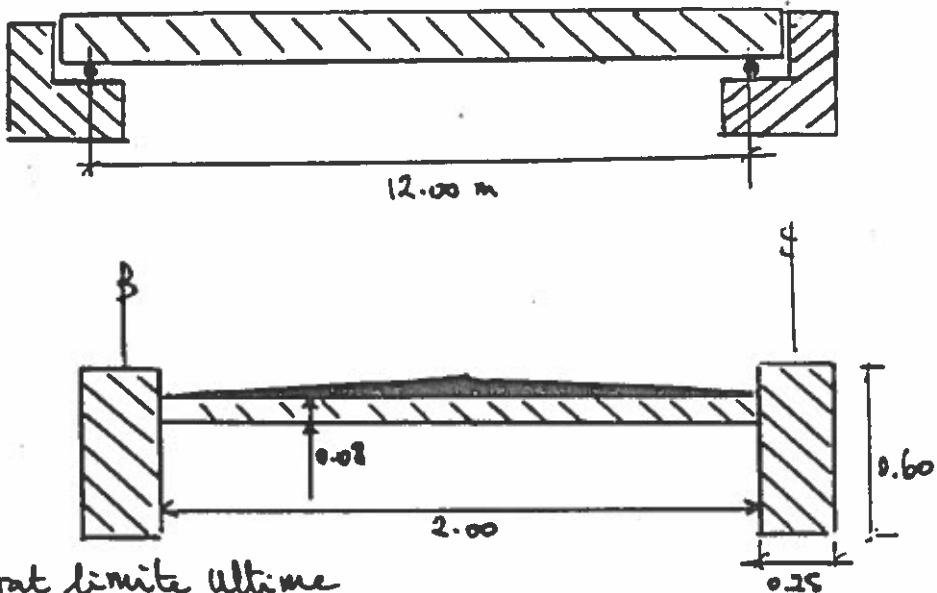
Applications: Flexion Simple

1^e Calcul d'une passerelle

S'agit à déterminer les armatures de la passerelle pour poutre représentée ci-dessous.

cette passerelle d'une portée de 12.00 m entre appuis, supporte outre son poids propre, un revêtement de 1 KN/m² et une charge d'exploitation de 8 KN/m²

Les aciers sont de Nuance FeG 40 et le béton a une $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$



I: Etat limite ultime

a) Calcul de la dalle

- charge permanente:

. revêtement

. Poids propre de la dalle : $1,00 \times 0,08 \times 25000 = 2000 \text{ N/m}^2$

$$= 1000 \text{ N/m}^2$$

$$\frac{2000}{g} = 2000 \text{ N/m}^2$$

- charges d'exploitation

. vds

$$= 8000 \text{ N/m}^2$$

le moment maximal pour la dalle reposant sur deux appuis est pour valoir en considérant une largeur de 100 et compte tenu du coefficient de majorations

$$M_u = 1.35 \times 3000 + 1.5 \times 3000 = 16.050,00 \text{ N.m}^2/\text{m}$$

$$M_0 = \frac{P l^2}{8} = 16.050 \times \frac{2}{8} = 4.025 \text{ N.m}$$

la dalle étant semi-encastrée sur les poutres latérales, nous prendrons :

- sur appui : $M_a = 0,40 M_0 = 0,40 \times 8.025 = 3210 \text{ N.m}$
- en travée : $M_t = 0,85 M_0 = 0,85 \times 8.025 = 6821 \text{ N.m}$

• Pour la section en travée, nous avons avec $d = 5,5 \text{ cm}$

$$\rho = \frac{6821}{M,33 \times 100 \times 5,5^2} = 0,199 < 0,392 \quad \text{---} \frac{M}{R}$$

$$\alpha = 1.25 \left(1 - \sqrt{1-2\rho} \right) = 0,280$$

$$Z = d(1 - 0,4\alpha) = 4,86 \text{ cm}$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où } A = \frac{6821}{4,86 \times 348} \approx 4 \text{ cm}^2$$

• Pour la section sur appui, nous avons :

$$\rho = \frac{3210}{M,33 \times 100 \times 5,5^2} = 0,0936 < 0,392$$

$$\alpha = 0,123 \Rightarrow Z = 5,23 \text{ cm}$$

$$A = \frac{3210}{5,23 \times 348} = 1,76 \text{ cm}^2$$

• La condition de non fragilité est bien vérifiée puisque nous devons avoir :

$$A > 0,23 b d \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \times 100 \times 5,5 \times \frac{1,8}{400} = 0,57 \text{ cm}^2$$

b) Calcul de la poutre

Etant donné la position du haoudis, chacune des poutres sera considérée comme une poutre de section rectangulaire, nous avons par mètre linéaire :

charge permanente

$$1,35 \times 0,60 \times 0,25 \times 25000 = 5063 \text{ N/m}$$

Réaction du Haoudis

$$= 16.050 \text{ N/m}$$

$$\underline{\underline{q}} = 21.113 \text{ N/m}$$

moment maximal en travée :

$$M_0 = \frac{21.113 \times \frac{1}{12}^2}{8} = 380.034 \text{ N.m}$$

avec $d = 55 \text{ cm}$

$$\text{mais } \gamma = \frac{380.034}{11.33 \times 25 \times 55^2} = 0,443 > \gamma_R = 0,391$$

d'où nécessité d'utiliser des armatures comprimées
premiers $d' = 5 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} \epsilon_{sc} &= 5,24 \cdot 10^{-3} \left(\frac{d-d'}{d} \right) - 1,74 \cdot 10^{-3} \\ &= 5,24 \cdot 10^{-3} \left(\frac{55-5}{55} \right) - 1,74 \cdot 10^{-3} = 3,02\% > \epsilon_e \\ \text{donc } \sigma_{sc} &= \frac{440}{1.15} = 348 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$M_R = 0,391 \cdot \frac{1}{8} d^2 \sigma_{sc} = 0,391 \times 25 \times \frac{1}{8} \times 55^2 \times 11,33$$

$$M_R = 335.021$$

$$Z_R = 0,733 \times d = 0,733 \times 55 = 40,315 \text{ cm}$$

$$A_{sc} = \frac{M_u - M_R}{(d-d') \sigma_{sc}} = \frac{380.034 - 335.021}{(55-5) \times 348} = 2,6 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = \left[\frac{M_R}{Z_R} + \frac{M_u - M_R}{(d-d')} \right] \frac{\gamma_s}{f_c}$$

$$A_{st} = \left(\frac{335.021}{40.315} + \frac{380.034 - 335.021}{(55-5)} \right) \frac{1.15}{440} = 26,5 \text{ cm}^2$$

II Etat limite de Service

Vous considérez que la fissuration est préjudiciable

- dalle

La combinaison d'action à considérer étant : G + Q

$$\text{D'où } M_0 = (3000 + 8000) \times \frac{1}{8}^2 = 5500 \text{ N.m}$$

$$\text{sauf : au appui : } M_a = 0,40 \times 5500 = 2200 \text{ N.m}$$

$$\text{l'autre : } M_b = 0,15 \times 5500 = 4675 \text{ N.m}$$

• Section en travée : $\bar{\sigma}_s = 240 \text{ MPa}$

$$\mu_1 = \frac{4675}{100 + \bar{\sigma}_s + 240} = 0,00644$$

$$\lambda_1 = 25,32 ; \beta_1 = 0,876$$

$$\text{sauf } \bar{\sigma}_b = \frac{240}{25,32} = 9,48 < 0,60 \times 20 = 12 \text{ MPa}$$

$$A = \frac{1675}{0,876 \times 5,5 \times 240} = 4,04 \text{ cm}^2$$

cette section est legerement superieure à celle trouvée pour l'E.L.U nous prendrons alors $A = 4,04 \text{ cm}^2$

- Section au appui

$$\gamma_1 = \frac{2200}{100 \times 5,5^2 \times 240} = 0.00303$$

$$\text{d'où } K_1 = 40,56 ; \beta_1 = 0,91$$

$$\text{s.t. } \sigma_b = \frac{240}{40,56} = 5,91 < 12 \text{ MPa}$$

$$A = \frac{2200}{0,91 \times 5,5 \times 240} = 1,83 \text{ cm}^2$$

cette section est aussi superieure à celle trouvée pour l'E.L.U nous prendrons alors $A = 1,83 \text{ cm}^2$.

- Autres

la charge au mètre linéaire à pour valeur:

$$\cdot \text{Poids propre: } 0,6 \times 0,25 \times 25000 = 3750 \text{ N/m}$$

$$\cdot \text{Résistance du Houaris: } (3000 + 8000) \times \frac{200}{2} = 11000 \text{ N/m}$$

$$\Rightarrow P = 14.750 \text{ N/m}$$

moment maximal en flanc

$$M_0 = \frac{14.750 \times 12}{8} = 265.500 \text{ N.m}$$

$$\gamma_1 = \frac{265.500}{25 \times 55^2 \times 240} = 0,0146$$

$$K_1 = 14,41 ; \beta_1 = 0,83 \quad \text{s.t. } \sigma_b = \frac{240}{14,41} = 16,65 > 12 \text{ MPa}$$

d'où nécessite d'utiliser des armatures cophrénées

$$\text{on pose alors } \sigma_b = \tau_b = 12 \text{ MPa}$$

$$K_1 = \frac{\sigma_s}{\sigma_b} = \frac{240}{12} = 20 \Rightarrow \gamma'_1 = 0,1836 ; \beta_1 = 0,857$$

$$\rightarrow M_1 = \gamma'_1 b d^2 \bar{\sigma}_b$$

$$M_1 = 0,1836 \times 25 \times 55^2 \times 12 = 166.617 \text{ N.m}$$

$$A_1 = \frac{M_1}{\beta_1 \cdot d \cdot \bar{\sigma}_b} = \frac{166.617}{0,857 \times 55 \times 240} = 1,473 \text{ cm}^2$$

$$t_{sc} = \frac{M - M_1}{(d - d') \bar{\sigma}_s} ; \quad \bar{\sigma}_s = \frac{15(41 - d')}{142 \text{ N.m}} \quad \bar{\sigma}_b = \frac{15(23,54 - 5)}{23,54} \times 12$$

$$\text{Soit alors : } A_{sc} = \frac{265.540 - 166.617}{(55-5) \times 142} = 13,93 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{M - M_1}{(d-d') G_s} = \frac{265.500 - 166.617}{(55-5) \times 240}$$

$$A_2 = 8,24 \text{ cm}^2$$

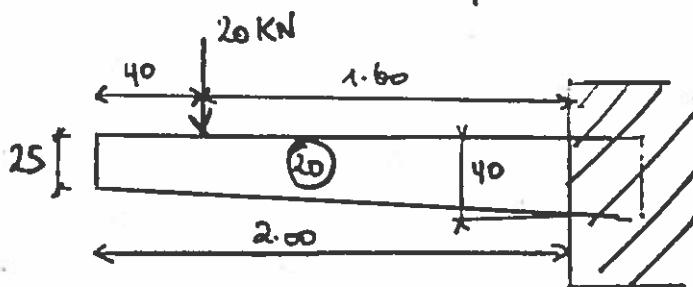
$$A_{st} = A_1 + A_2 = 14,73 + 8,24 = 22,97 \text{ cm}^2$$

La section globale étant supérieure à celle trouée pour l'état limité ultime, nous retrouverons alors cette dernière valeur.

Application : Calcul d'une console

Soit à déterminer les armatures d'une console de 20 cm de largeur représentée ci-dessous.

Cette console est encastrée dans un mur très épais son équilibre statique est supposé être assuré. Elle peut être appelée à supporter une charge d'exploitation de 20 kN appliquée à 1.60 m du mur les armatures sont du type FER 40, béton = $f_{c28} = 25 \text{ N/mm}^2$



Poids propre de la console :

$$P = \frac{0.25 + 0.40}{2} \times 2.00 \times 0.2 \times 25000 = 3250 \text{ N.}$$

La résultante du poids propre fait par le centre de gravité du trapèze constitué par la console, donc à une distance de la section d'enca斯特rement égale à :

$$\frac{2.00}{3} \times \frac{2 \times 25 + 40}{25 + 40} = 0,923 \text{ m}$$

Combinaison d'action :

$$H = 1.35 G + 1.5 Q_B =$$

le moment d'encaissement à faire valoir

$$H = 1.35 \times 3250 \times 0,923 + 1,5 \times 20.000 \times 1.60 = 52.050 \text{ N.m}$$

premier plan haut en utile : $d = 36 \text{ cm}$

$$\text{d'où } \gamma = \frac{Hu}{bd^2 f_{ck}} = \frac{52050}{14.2 \times 40 \times 36^2} = 0,141 < \gamma_R$$

$$d = 0,191 \rightarrow z = 0,3325$$

$$A = \frac{M}{z \cdot f_{ck}} = \frac{52.050}{0.3325 \times 34.8} = 4.5 \text{ cm}^2$$

Soit 3 H.A 14 (4.62 cm²)

armature transversale

l'effort tranchant maximal à pour valeur:

$$V_u = 1.35 \times 3250 + 1.5 \times 20.000 = 34.388 \text{ N.}$$

$$\text{D'où } \tau_u = \frac{V_u}{b \times d} = \frac{34.388}{200 \times 360} = 0,48 \text{ MPa} < 2.5 \text{ MPa}$$

Étant donné que la valeur de l'effort tranchant varie relativement peu le long de la partie, tandis que celle de d varie dans de plus grandes limites, nous allons étudier la section située immédiatement après la charge concentrée.

Pour cette section on a: $b = 28 \text{ cm}$, $d = 24 \text{ cm}$

$$V_u = 1.35 \frac{0.25 + 0.28}{2} \times 0.40 \times 0.20 \times 25000 + 1.5 \times 20.000$$

$$V_u = 30.716 \text{ N.}$$

$$\text{D'où } \tau_u = \frac{30.716}{200 \times 240} = 0,64 \text{ MPa} < 2.5 \text{ MPa}$$

les armatures transversales seront constituées par un cadre $\phi 6$ et une épingle $\phi 6$ soit $A_b = 3 \phi 6 = 0.85 \text{ cm}^2$
- au voisinage de l'enca斯特ement

$$St \leq \min(0.9 \times 26 \text{ cm} \text{ et } 40 \text{ cm}) = 32.4 \text{ cm}$$

$$St \leq \frac{0.85 \times 400}{20 \times 0.4} = 42.5 \text{ cm}$$

$$St \leq \frac{0.8 \times 0.85 \times 400}{20 \times (0.48 - 0.50)} < 0.$$

Nous adopterons $St = 25 \text{ cm}$

- au voisinage de la charge concentrée

$$St \leq \min[0.9 \times 24 \text{ et } 40] = 21.6 \text{ cm}$$

$$St \leq \frac{0.85 \times 400}{20 \times 0.4} = 42.5 \text{ cm}$$

$$St \leq \frac{0.8 \times 0.85 \times 400}{20 \times (0.64 - 0.50)} = 97 \text{ cm}$$

Nous adopterons $St = 20 \text{ cm}$

En ce qui concerne l'entraînement de l'armature

$$\text{on a: } \Sigma v = \geq v (3 + 14) = 131.9 \text{ mm}$$

$$\tau_{se} = \frac{34.388}{0.9 \times 360 \times 131.9} = 0.8 \text{ MPa} < 1.5 \times 2.1 = 3.15 \text{ MPa}$$

$$\Sigma v = \frac{30.716}{0.9 \times 240 \times 131.9} = 1.03 \text{ MPa} < 3.15 \text{ MPa}$$

Calcul d'un MUR DE SOUTENEMENT

Soit à déterminer le renflement d'un mur de soutien représenté ci-dessous.

le poids spécifique des terres retenues par le mur:

$$\gamma = 18\,000 \text{ N/m}^3$$

Coefficient S_A pour le calcul de la composante horizontale de la poussée des terres : $S_A = 0,33$

Contrainte admissible sur le sol de fondation

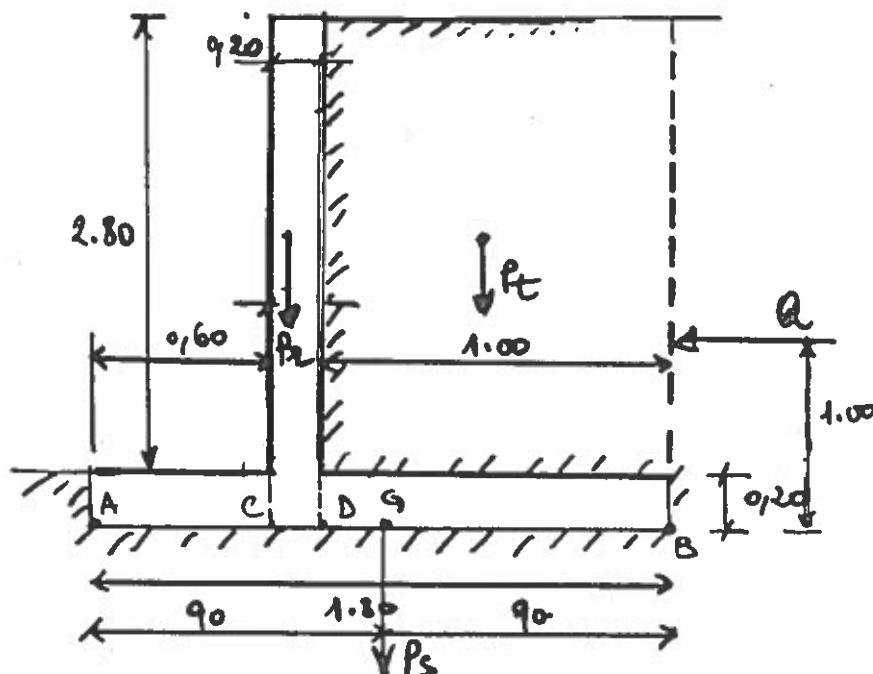
$$\bar{\sigma}_{sol} = 0,10 \text{ MPa}$$

Coefficient de frottement admissible sur le sol de fondation

$$f = 0,80$$

armature sont en acier FE40 : $f_e = 400 \text{ MPa}$

Béton, on a $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$; $\bar{\sigma}_{bc} = 14,2 \text{ MPa}$



Il est rappelé que la composante horizontale Q de la poussée des terres pour une hauteur h de mur est donnée par :

$$Q = \frac{S_A \cdot \gamma \cdot h^2}{2}$$

et que la force Q est appliquée à la distance $\frac{h}{3}$ à partir de la base. On ne tiendra pas compte de la composante verticale de la poussée des terres.

a) Stabilité du MUR

- Calcul des efforts : nous avons pour 1.00m de mur :
- poids du rideau : $P_R = 0,20 \times 2,8 \times 25000 = 14000 \text{ N/m}$
- poids de la perche : $P_S = 0,20 \times 1,8 \times 25.000 = 9000 \text{ N/m}$
- poids des tens sur la perche $P_T = 1.00 \times 2,8 \times 18.000 = 50.400 \text{ N/m}$
- $\underline{P = 73.400 \text{ N/m}}$

Composante horizontale de la poussée des tens :

$$Q = 0,33 \times 18.000 \times \frac{3,10}{2} = 26.730 \text{ N/m}$$

la force Q agit à $\frac{3,10}{2} = 1,00$ au dessus de la base du mur.

b) glissement

la force qui tend à faire glisser le mur et à l'E. L.U
 $1,35 \times 26.730 = 36.086 \text{ N/m}$

la force qui s'oppose au glissement du mur a pour valeur :

$$P_x f = 0,8 \times 73.400 = 58.720 \text{ N/m}$$

Dans le calcul de cette dernière force nous n'appliquerons pas le coefficient 1,35 pour nous placer dans le cas le plus défavorable.

d'où $\frac{58.720}{36.086} = 1,63$

c) Sécurité contre l'enversement

Prenons les moments par rapport au point A des forces agissantes ; Ici également nous n'appliquerons pas le coefficient 1,35 aux forces stabilisatrices.

on a alors :

$$M_R = 1,35 \times 26.730 \times 1,00 = 36.085 \text{ N.m}$$

$$M_S = 14.000 \times 0,70 + 7000 \times 9,90 + 50.400 \times 1,30 = 83420 \text{ N.m}$$

$$\frac{M_S}{M_R} = \frac{83.420}{36.085} = 2,31.$$

d) Contrainte sur le sol

on a : $N = 1,35 \times 73.400 = 99.090 \text{ N}$

et pour le moment par rapport au C.G. de la perche

$$M_G = 1,35 [14.000 \times 0,20 - 50.400 \times 0,40 + 26.730 \times 1,00]$$

$$M_G = 12.680 \text{ N.m}$$

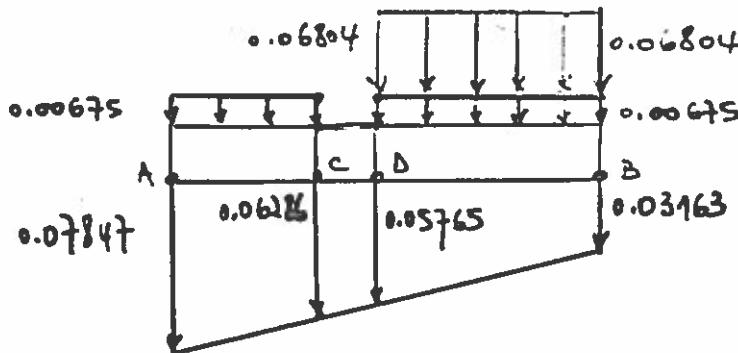
on en déduit alors:

$$\sigma_A = \frac{99.090}{1800 \times 1000} + \frac{6 \times 12650900}{1000 \times 1800^2} = 0.07847 \text{ MPa} < 0,10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = \frac{99.090}{1800 \times 1000} - \frac{6 \times 12650900}{1000 \times 1800^2} = 0.03163 \text{ MPa}$$

des résultats précédents, on déduit pour les contraintes aux points C et D en considérant les triangles semblables.

$$\begin{cases} \sigma_C = 0,06286 \text{ MPa} \\ \sigma_D = 0,05765 \text{ MPa} \end{cases}$$



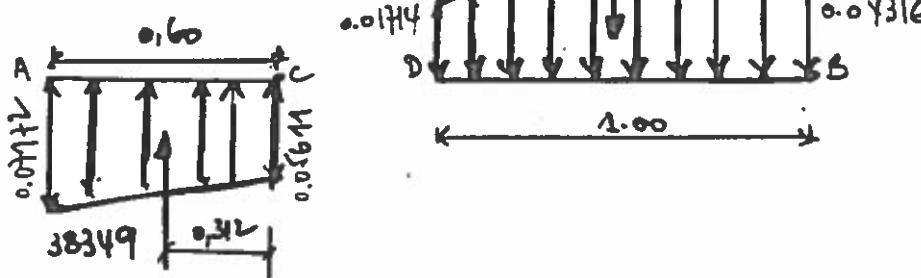
le poids de la semelle se reporte à raison de:

$$\frac{1.35 \times 9000}{1000 \times 1800} = 0,0675 \text{ MPa}$$

le poids des terres sur la semelle se reporte de D en B à raison de:

$$\frac{1.35 \times 50400}{1000 \times 1800} = 0,06804 \text{ MPa}$$

d'où le diagramme des contraintes agissant sur la console CA et BD



la résultante de ces effets sur CA à peu près:

$$\frac{0.07172 + 0.05611 \times 600 \times 1000}{2} = 38349 \text{ N}$$

cette résultante passe par le centre de gravité du trapéze soit:

$$\frac{60}{3} \times \frac{0.05611 + 2 \times 0.07172}{0.05611 + 0.03163} = 31,2 \text{ cm du C}$$

De même sur la console DB nous avons pour la résultante :

$$\frac{(0.01714 + 0.04316)}{2} \times 1000 \times 1000 = 30.150 \text{ N.}$$

Cette résultante pointe à 52,7 cm de D.

* / Détermination des armatures pour l'E.L.U

a) section située à la base du rideau

Pour cette section, située à la liaison du rideau avec la semelle, nous avons :

$$Q = 1.35 \times 0.33 \times 18.000 \times \frac{2.8}{2} = 31.434 \text{ N.}$$

$$M = 31.434 \times \frac{2.8}{3} = 29.338 \text{ N.m}$$

La section étudiée est soumise à la flexion composée avec effet de compression, or le poids propre du panneau peut être négligé. Nous avons donc une section soumise à la flexion simple.

Sait : $\gamma = \frac{29.338}{100 \times 16^2 \times 14.2} = 0.081 < \gamma_R$

$$\alpha = 0,1057 \Rightarrow z = 0,153$$

$$A = \frac{29.338}{15.3 \times 248} = 5.51 \text{ cm}^2$$

pour la contrainte tangente conventionnelle γ_u nous avons :

$$\gamma_u = \frac{31.434}{1000 \times 160} = 0,196 \text{ MPa} < 0.05 f_{cg} = 1,25 \text{ MPa}$$

Il n'est donc pas nécessaire de prévoir des armature transversale.

b) Section d'encastrement de la console CA

$$M = 38349 \times 0,312 = 11.965 \text{ N.m}$$

$$\gamma = 0.033 \Rightarrow A = 2,19 \text{ cm}^2$$

$$\gamma_u = \frac{38349}{1000 \times 160} = 0,24 \text{ MPa} < 1,25 \text{ MPa}$$

c) section d'encastrement de la console DB

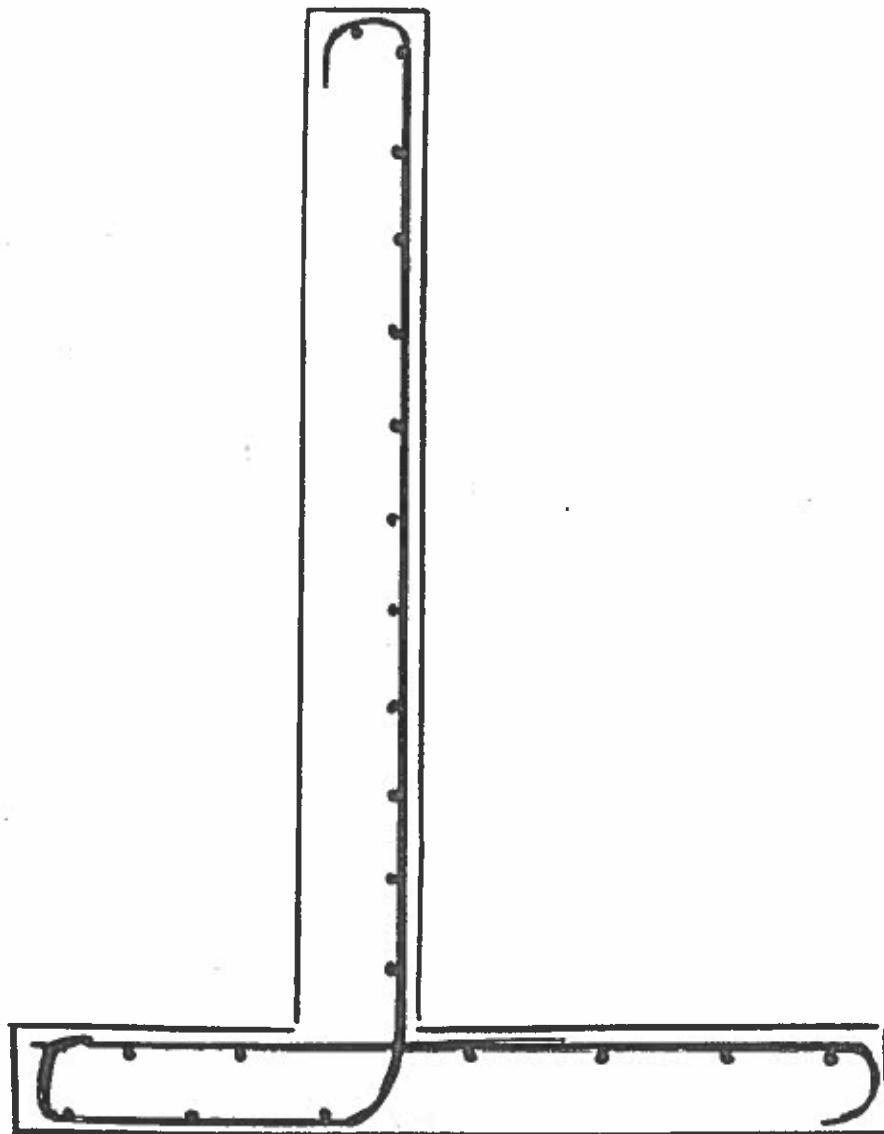
$$M = 30150 \times 0,572 = 17.246 \text{ NPa}$$

$$\psi = 0,048 < \psi_R$$

$$A = 3.18 \text{ cm}^2$$

$$\gamma_u = \frac{30150}{1000 \times 160} = 0,188 < 1.25 \text{ NPa}$$

d) Feuillage:



Application: Calcul de poteau

Soit un poteau de façade d'un bâtiment à étage multiple pour lequel la distance entre plancher et de 2.70m
Le poteau de section 25×50 et supporte des charges permanentes $G = 0,60 \text{ MN}$ et des surcharges $\Delta G = 0,25 \text{ MN}$.

a) Flaçement négligé:

- longueur libre $l_0 = 2.70 \text{ m}$.

$$l_f = l_0 = 2.70 \text{ (Poteau de façade)}$$

$$\lambda_c = \frac{l_f}{i} = \frac{2.70}{\sqrt{12}} = \frac{2.70 \times \sqrt{12}}{0.25} = 37,4 \approx 35$$

b) Calcul des paramètres

$$d = \frac{0.85}{1+0.2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2} = \frac{0.85}{1+0.2 \left[\frac{37.4}{35} \right]^2} = 0.692$$

c) Calcul de la section réduite

$$B_r = (50-2) \times (25-2) = 1104 \text{ cm}^2$$

d) charge portante pouvant supporter le poteau

$$N_u = 1.35G + 1.5\Delta G = 1.35 \times 0.60 + 1.5 \times 0.25$$

$$N_u = 1.185 \text{ MN}$$

$$\text{on doit avoir } N_u \leq 0.692 \left[\frac{0.1104 \times 20}{0.3 \times 4.5} + A \cdot \frac{400}{1.15} \right]$$

$$N_u \leq 0.692 [1.635 + 348 A]$$

$$\text{soit } A \geq \frac{(1.185 - 1.635)}{0.692} \cdot \frac{1}{348} = 2.22 \text{ cm}^2$$

e) perimètre minimal

Cette section doit être supérieure au perimètre minimal.

Soh : • $A > 0.270$ section totale

$$A > 0.2 \times 50 \times 25 \text{ } 10^{-2} = 2.5 \text{ cm}^2$$

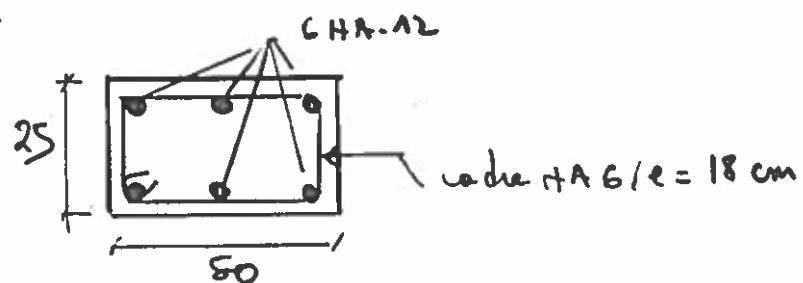
• d'autre part on doit avoir perimètre au moins 14 cm

Soh : le perimètre du poteau = $2 \times (25 + 50) = 150$

$$\text{soit } A \geq 4 \times 1.5 = 6 \text{ cm}^2$$

Soh 6×1.2

d'où les armatures transversales on disposeront en cadre extérieur en HA.6 à l'espacement de $12 \times 15 = 18$ cm dans la zone de recouvrement, on met 3 cours de cables.



IMPÉRATIF

Thomie
tome 3.

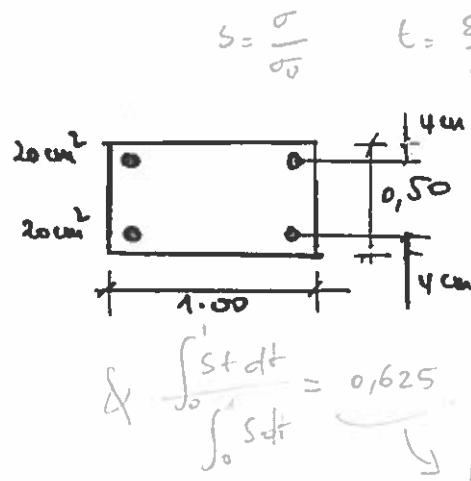
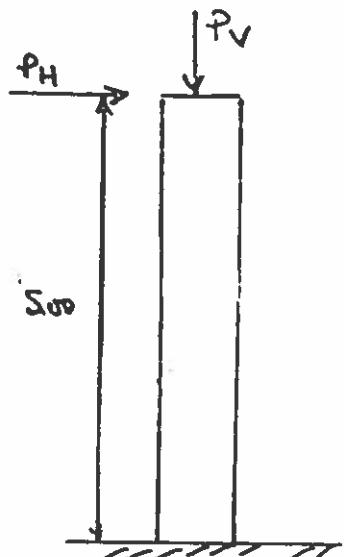
Application : Etat limite de stabilité de forme

Sert à Calculer une colonne encastrée en pied, libre au tôle de section : $b = 1.00\text{m}$
 $t = 0.50\text{m}$

Soumise aux sollicitations suivantes :

- charge verticales en tête
 - permanente = 1.5 MN
 - variable = 0.60 MN
- charge horizontale en tête
 - variable = 4 KN

cette colonne à une hauteur de 5.00m , et comprenant un ferrailage de $2 \times 20 \text{ cm}^2$ H-A (épaisseur = 4 cm).



$$s = \frac{\sigma}{\sigma_0}$$

$$e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s = e(2 - e) \\ e \leq \frac{4\varepsilon_0}{7} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s = 1 \\ e \geq \frac{4\varepsilon_0}{7} \end{array} \right.$$

$$\int s dt = 0.667$$

Surface

$$\left\{ \begin{array}{l} \int s dt = 0.625 \\ \int s dt \end{array} \right.$$

position centre gravité x_c au 0 (axe neutre)

expliquant la valeur $0.375 = \frac{1 - 0.625}{2}$

a) Calcul des sollicitations

le poids propre de la colonne : $0.50 \times 1.00 \times \frac{25}{1000} = 0.063 \text{ MN}$
 (on suppose pour simplifier les calculs appliqués au nom du la colonne).

- $G = 1.5 + 0.063 = 1.56 \text{ MN}$
 - $N_{u,G} = 1.35 \times 1.56 = 2.10 \text{ MN}$
 - $N_{u,Q} = 1.5 \times 0.60 = 0.9 \text{ MN}$
- $$\underline{N_u = 3.00 \text{ MN}}$$

b) excentricité inférieure

$$\frac{e}{250} = \frac{500}{250} = 2 \text{ cm.}$$

Moment appliqué initial : $\frac{4 \times 5}{1000} \times 1.5 = 0.03 \text{ MN.m}$

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= 0,02 + \frac{0,03}{3} = 0,03 \text{ m} \\ \text{- moment de longue } 3 \text{ durée} &= 2,1 \times 0,02 \\ \text{- moment total} &= 3 \times 0,03 \\ \text{par suite } d &= \frac{2,1 \times 0,02}{3 \times 0,03} = 0,47. \end{aligned}$$

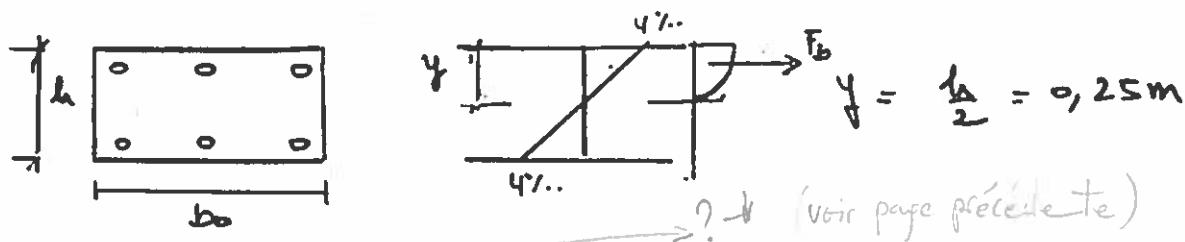
on peut en déduire le coefficient de l'affinité permettant de connaître le diagramme contrainte de formation du bâton

$$1 + 2 \times 0,47 = 1,94$$

on prendra alors $\epsilon_0 = 2 \times 1,94 \approx 4\%$

1^e Essai

on choisit un diagramme de déformation dans la section dans la section donnant 4% de déformation sur les 2 fibres extrêmes



On a: $F_b = 0,667 \times b_0 \times y \times f_{bc}$

avec $f_{c1y} = 24 \text{ MPa} \rightarrow f_{bc} = 13,6 \text{ MPa}$

soit alors $F_b = 0,667 \times 1 \times 0,25 \times 13,6 = 2,27 \text{ MN}$.

d'autre part on a: $F_{sc} = F_{st}$ par suite de symétrie
d'où $\Sigma N_i = 2,27 \text{ MN}$.

Calculons le moment des forces internes par rapport au centre géométrique de la section.

$$M_i = M_b + M_{sc} + M_{st}$$

$$M_b = 2,27 \times [0,25 - 0,25 \times 0,375] = 0,355 \text{ MN.m}$$

$$M_{sc} = M_{st} = \frac{20 \times 400}{1,15 \times 10^4} \times (0,25 - 0,04) = 0,146 \text{ MN.m}$$

(en effet $\epsilon_{st} = \epsilon_{sc} > 1,7\%$ par suite $\sigma_{sc} = \sigma_{st} = \frac{400}{1,15}$)

$$M_i = 0,355 + 2 \times 0,146 = 0,647 \text{ MN.m}$$

$$R_c = \frac{M_i}{N_i} = 0,285 \text{ m.}$$

$$e_i = \frac{M_i}{N_i} = \frac{0.65}{4.13} = 0.157 \text{ m}$$

d'autre part $e_{ext} = 0.03 + \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \times \frac{1}{\pi}$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2+6}{0.5} 10^{-3} = 16 10^{-3}$$

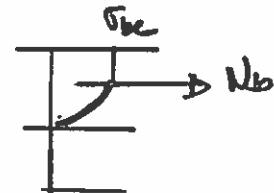
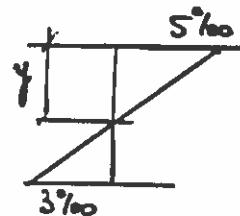
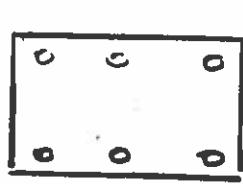
$$e_{ext} = 0.03 + 16 10^{-3} \times \left(\frac{10}{\pi}\right)^2 = 0.192 \text{ m}$$

Conclusion

on a $I_i < e_{ext}$ mais $N_i > N_u$

3^{me} ESSAI

on choisit $\varepsilon_{max} = 5\%$ et $\varepsilon_{min} = -3\%$



$$\text{en } J_i = \frac{\gamma}{50-\gamma} = \frac{5}{3} \text{ ns } \gamma = 31.25 \text{ m}$$

$$\text{soit } N_b = 0.733 \times 0.3125 \times 1 \times 13.6 = 3.115 \text{ MN.}$$

$$F_{sc} = 0.70 \text{ MN}$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{3(50 - 31.25 - \gamma)}{50 - 31.25} = 2.36\% > 1.7\%$$

$$\text{Donc } \sigma_{st} = \frac{400}{1.15} = 348 \text{ MPa}$$

$$f_{st} = 0.70 \text{ MN.}$$

pour finir :

$$N_i = 3.115 \text{ MN}$$

$$M_i = M_b + M_{sc} + M_{st}$$

$$M_b = 3.115 \times (0.25 - 0.3125 \times 0.39) = 0.40 \text{ MN.m}$$

$$M_{sc} = M_{st} = 0.147 \text{ MN.m}$$

$$M_i = 0.693 \text{ MN.m}$$

$$e_i = \frac{0.693}{3.115} = 0.22 \text{ m}$$

pour ailleurs $\gamma_2 = (3+5)10^{-3}/0.5 = 16 10^{-3}$

Donc $e_{ext} = 0.192 \text{ m}$

La justification est réalisée car on a : $N_i > N_u$ et $(e_i > e_{ext})$

Etat limite de service

T ABLEAU 9 - Section rectangulaire en flexion simple sans armatures comprimées.

j_1	α_1	μ'_1	μ_1	k_1	ρ_1	β_1	α_1	μ'_1	μ_1	k_1	ρ_1
0,985	0,045	0,0222	0,0007	318,3	0,007	0,945	0,165	0,9780	0,00103	75,91	0,109
0,984	0,048	0,0236	0,0008	297,5	0,008	0,944	0,168	0,9793	0,00107	74,29	0,113
0,983	0,051	0,0251	0,0009	279,1	0,009	0,943	0,171	0,9806	0,00111	72,72	0,118
0,982	0,054	0,0265	0,0010	262,8	0,010	0,942	0,174	0,9820	0,00115	71,21	0,122
0,981	0,057	0,0280	0,0011	248,2	0,012	0,941	0,177	0,9833	0,00120	69,75	0,127
0,980	0,060	0,0294	0,0012	235,0	0,013	0,940	0,180	0,9846	0,00124	68,33	0,132
0,979	0,063	0,0308	0,0014	223,1	0,014	0,939	0,183	0,9859	0,00128	66,97	0,137
0,978	0,066	0,0323	0,0015	212,3	0,016	0,938	0,186	0,9872	0,00133	65,64	0,142
0,977	0,069	0,0337	0,0017	202,4	0,017	0,937	0,189	0,9885	0,00137	64,37	0,147
0,976	0,072	0,0351	0,0018	193,3	0,019	0,936	0,192	0,9899	0,00142	63,12	0,152
0,975	0,075	0,0366	0,0020	185,0	0,020	0,935	0,195	0,9912	0,00147	61,92	0,157
0,974	0,078	0,0380	0,0021	177,3	0,022	0,934	0,198	0,9925	0,00152	60,76	0,163
0,973	0,081	0,0394	0,0023	170,2	0,024	0,933	0,201	0,9938	0,00157	59,63	0,169
0,972	0,084	0,0408	0,0025	163,6	0,026	0,932	0,204	0,9951	0,00162	58,53	0,174
0,971	0,087	0,0423	0,0027	157,4	0,028	0,931	0,207	0,9964	0,00168	57,46	0,180
0,970	0,090	0,0437	0,0029	151,7	0,030	0,930	0,210	0,9977	0,00173	56,43	0,186
0,969	0,093	0,0451	0,0031	146,3	0,032	0,929	0,213	0,9989	0,00178	55,42	0,192
0,968	0,096	0,0465	0,0033	141,3	0,034	0,928	0,216	0,9992	0,00184	54,44	0,198
0,967	0,099	0,0479	0,0035	136,5	0,036	0,927	0,219	0,9995	0,00190	53,49	0,205
0,966	0,102	0,0493	0,0037	132,1	0,039	0,926	0,222	0,9998	0,00196	52,57	0,211
0,965	0,105	0,0507	0,0040	127,9	0,041	0,925	0,225	0,9999	0,00201	51,67	0,218
0,964	0,108	0,0521	0,0042	123,9	0,044	0,924	0,228	1,0000	0,00207	50,79	0,225
0,963	0,111	0,0534	0,0044	120,1	0,046	0,923	0,231	1,0000	0,00213	49,93	0,231
0,962	0,114	0,0548	0,0047	116,6	0,049	0,922	0,234	1,0000	0,00220	49,10	0,238
0,961	0,117	0,0562	0,0050	113,2	0,052	0,921	0,237	1,0000	0,00226	48,29	0,245
0,960	0,120	0,0576	0,0052	110,0	0,055	0,920	0,240	1,0000	0,00232	47,50	0,253
0,959	0,123	0,0590	0,0055	107,0	0,058	0,919	0,243	1,0000	0,00239	46,73	0,260
0,958	0,126	0,0604	0,0058	104,0	0,061	0,918	0,246	1,0000	0,00246	45,98	0,268
0,957	0,129	0,0617	0,0061	101,3	0,064	0,917	0,249	1,0000	0,00252	45,24	0,275
0,956	0,132	0,0631	0,0064	98,6	0,067	0,916	0,252	1,0000	0,00259	44,52	0,283
0,955	0,135	0,0645	0,0067	96,1	0,070	0,915	0,255	0,9999	0,00266	43,82	0,291
0,954	0,138	0,0658	0,0070	93,7	0,074	0,914	0,258	0,9999	0,00273	43,14	0,299
0,953	0,141	0,0672	0,0073	91,4	0,077	0,913	0,261	0,9999	0,00280	42,47	0,307
0,952	0,144	0,0685	0,0077	89,2	0,081	0,912	0,264	0,9999	0,00288	41,82	0,316
0,951	0,147	0,0699	0,0080	87,0	0,084	0,911	0,267	0,9999	0,00295	41,18	0,324
0,950	0,150	0,0713	0,0084	85,0	0,088	0,910	0,270	0,9999	0,00303	40,56	0,333
0,949	0,153	0,0726	0,0087	83,0	0,092	0,909	0,273	0,9999	0,00311	39,95	0,342
0,948	0,156	0,0739	0,0091	81,0	0,096	0,908	0,276	0,9999	0,00318	39,35	0,351
0,947	0,159	0,0753	0,0095	79,3	0,100	0,907	0,279	0,9999	0,00326	38,76	0,360
0,946	0,162	0,0766	0,0099	77,6	0,104	0,906	0,282	0,9999	0,00334	38,19	0,369

Valuers de α_1 , μ'_1 , μ_1 , k_1 et ρ_1 en fonction de β_1 .

Etat limite de service

β_1	α_1	μ'_1	μ_1	k_1	ρ_1	β_1	α_1	μ'_1	μ_1	k_1	ρ_1
0,905	0,285	0,1290	0,00343	37,63	0,379	0,865	0,405	0,1752	0,00795	22,04	0,919
0,904	0,288	0,1302	0,00351	37,08	0,388	0,864	0,408	0,1763	0,00810	21,76	0,917
0,903	0,291	0,1314	0,00359	36,55	0,398	0,863	0,411	0,1773	0,00825	21,50	0,916
0,902	0,294	0,1326	0,00368	36,02	0,408	0,862	0,414	0,1784	0,00840	21,23	0,915
0,901	0,297	0,1338	0,00377	35,50	0,418	0,861	0,417	0,1795	0,00856	20,97	0,914
0,900	0,300	0,1350	0,00386	35,00	0,429	0,860	0,420	0,1806	0,00872	20,71	0,914
0,899	0,303	0,1362	0,00395	34,50	0,439	0,859	0,423	0,1817	0,00888	20,46	0,914
0,898	0,306	0,1374	0,00404	34,02	0,450	0,858	0,426	0,1828	0,00894	20,21	0,914
0,897	0,309	0,1386	0,00413	33,54	0,461	0,857	0,429	0,1838	0,00902	19,96	0,914
0,896	0,312	0,1398	0,00423	33,08	0,472	0,856	0,432	0,1849	0,00908	19,77	0,915
0,895	0,315	0,1410	0,00432	32,62	0,483	0,855	0,435	0,1860	0,00955	19,48	1,116
0,894	0,318	0,1421	0,00442	32,17	0,494	0,854	0,438	0,1870	0,00972	19,25	1,138
0,893	0,321	0,1433	0,00452	31,73	0,506	0,853	0,441	0,1881	0,00989	19,01	1,160
0,892	0,324	0,1445	0,00462	31,30	0,518	0,852	0,444	0,1891	0,01007	18,78	1,182
0,891	0,327	0,1457	0,00472	30,87	0,530	0,851	0,447	0,1902	0,01025	18,56	1,204
0,886	0,342	0,1515	0,00525	28,86	0,593	0,846	0,462	0,1954	0,01119	17,47	1,322
0,885	0,345	0,1527	0,00536	28,48	0,606	0,845	0,465	0,1965	0,01138	17,26	1,347
0,884	0,348	0,1538	0,00547	28,10	0,619	0,844	0,468	0,1975	0,01158	17,05	1,372
0,883	0,351	0,1550	0,00559	27,73	0,633	0,843	0,471	0,1985	0,01178	16,85	1,398
0,882	0,354	0,1561	0,00570	27,37	0,647	0,842	0,474	0,1996	0,01199	16,65	1,424
0,881	0,357	0,1573	0,00582	27,02	0,661	0,841	0,477	0,2006	0,01219	16,45	1,450
0,880	0,360	0,1584	0,00594	26,67	0,675	0,840	0,480	0,2016	0,01241	16,25	1,477
0,879	0,363	0,1595	0,00606	26,32	0,690	0,839	0,483	0,2026	0,01262	16,06	1,514
0,878	0,366	0,1607	0,00618	25,98	0,704	0,838	0,486	0,2036	0,01283	15,86	1,532
0,877	0,369	0,1618	0,00631	25,65	0,719	0,837	0,489	0,2046	0,01306	15,67	1,560
0,876	0,372	0,1629	0,00643	25,32	0,735	0,836	0,492	0,2057	0,01328	15,49	1,588
0,875	0,375	0,1641	0,00656	25,00	0,750	0,835	0,495	0,2067	0,01351	15,30	1,617
0,874	0,378	0,1652	0,00669	24,68	0,766	0,834	0,498	0,2077	0,01373	15,12	1,647
0,873	0,381	0,1663	0,00682	24,37	0,782	0,833	0,501	0,2087	0,01397	14,94	1,677
0,872	0,384	0,1674	0,00696	24,06	0,798	0,832	0,504	0,2097	0,01420	14,76	1,707
0,871	0,387	0,1685	0,00709	23,76	0,814	0,831	0,507	0,2107	0,01444	14,59	1,738
0,870	0,390	0,1697	0,00723	23,46	0,831	0,830	0,510	0,2117	0,01469	14,41	1,769
0,869	0,393	0,1708	0,00737	23,17	0,848	0,829	0,513	0,2126	0,01493	14,24	1,801
0,868	0,395	0,1719	0,00751	22,88	0,865	0,828	0,516	0,2136	0,01518	14,07	1,834
0,867	0,399	0,1730	0,00766	22,59	0,883	0,827	0,519	0,2146	0,01544	13,90	1,867
0,866	0,401	0,1741	0,00782	22,34	0,901	0,826	0,521	0,2156	0,01571	13,74	1,900</

TABLEAU 9 (suite) - Section rectangulaire en flexion simple sans armatures comprimées.

Etat-limite de service

Annexes

Valeurs de α_1 , μ'_1 , μ_1 , k_1 et ρ_1 , en fonction de β_1 .

Etat-limite de service

β_1	α_1	μ'_1	μ_1	k_1	ρ_1	β_1	α_1	μ'_1	μ_1	k_1	ρ_1
0,825	0,525	0,2165	0,01595	13,57	1,934	0,785	0,645	0,2532	0,03066	8,26	3,906
0,824	0,528	0,2175	0,01622	13,41	1,969	0,784	0,648	0,2540	0,03117	8,15	3,976
0,823	0,531	0,2185	0,01649	13,25	2,004	0,783	0,651	0,2549	0,03170	8,04	4,048
0,822	0,534	0,2195	0,01677	13,09	2,040	0,782	0,654	0,2557	0,03222	7,93	4,121
0,821	0,537	0,2204	0,01704	12,93	2,076	0,781	0,657	0,2565	0,03276	7,83	4,195
0,820	0,540	0,2214	0,01733	12,78	2,113	0,780	0,660	0,2574	0,03331	7,73	4,271
0,819	0,543	0,2224	0,01762	12,62	2,151	0,779	0,663	0,2582	0,03387	7,62	4,348
0,818	0,546	0,2233	0,01791	12,47	2,189	0,778	0,666	0,2591	0,03444	7,52	4,427
0,817	0,549	0,2243	0,01820	12,32	2,228	0,777	0,669	0,2599	0,03502	7,42	4,507
0,816	0,552	0,2252	0,01850	12,17	2,267	0,776	0,672	0,2607	0,03561	7,32	4,589
0,815	0,555	0,2261	0,01880	12,03	2,307	0,775	0,675	0,2616	0,03621	7,22	4,673
0,814	0,558	0,2271	0,01911	11,88	2,348	0,774	0,678	0,2624	0,03683	7,12	4,759
0,813	0,561	0,2280	0,01943	11,74	2,390	0,773	0,681	0,2632	0,03746	7,03	4,846
0,812	0,564	0,2290	0,01975	11,60	2,432	0,772	0,684	0,2640	0,03810	6,93	4,935
0,811	0,567	0,2299	0,02007	11,46	2,475	0,771	0,687	0,2648	0,03876	6,83	5,026
0,810	0,570	0,2309	0,02040	11,32	2,519	0,770	0,690	0,2657	0,03942	6,74	5,119
0,809	0,573	0,2318	0,02073	11,18	2,563	0,769	0,693	0,2665	0,04010	6,63	5,214
0,808	0,576	0,2327	0,02107	11,04	2,608	0,768	0,696	0,2673	0,04079	6,55	5,312
0,807	0,579	0,2336	0,02142	10,91	2,654	0,767	0,699	0,2681	0,04150	6,46	5,411
0,806	0,582	0,2345	0,02178	10,77	2,701	0,766	0,702	0,2689	0,04222	6,37	5,512
0,805	0,585	0,2355	0,02213	10,64	2,749	0,765	0,705	0,2697	0,04295	6,28	5,616
0,804	0,588	0,2364	0,02249	10,51	2,797	0,764	0,708	0,2705	0,04370	6,19	5,722
0,803	0,591	0,2373	0,02286	10,38	2,847	0,763	0,711	0,2712	0,04447	6,10	5,831
0,802	0,594	0,2382	0,02323	10,25	2,897	0,762	0,714	0,2720	0,04527	6,01	5,942
0,801	0,597	0,2391	0,02361	10,13	2,948	0,761	0,717	0,2728	0,04608	5,92	6,055
0,800	0,600	0,2400	0,02400	10,00	3,000	0,760	0,720	0,2736	0,04690	5,83	6,171
0,799	0,603	0,2409	0,02440	9,87	3,053	0,759	0,723	0,2744	0,04774	5,75	6,290
0,798	0,606	0,2418	0,02480	9,75	3,107	0,758	0,726	0,2752	0,04860	5,66	6,412
0,797	0,609	0,2422	0,02520	9,63	3,162	0,757	0,729	0,2759	0,04948	5,58	6,537
0,796	0,612	0,2436	0,02561	9,51	3,218	0,756	0,732	0,2767	0,05038	5,49	6,665
0,795	0,615	0,2445	0,02603	9,39	3,275	0,755	0,735	0,2775	0,05131	5,41	6,795
0,794	0,618	0,2453	0,02646	9,27	3,333	0,754	0,738	0,2782	0,05227	5,32	6,929
0,793	0,621	0,2462	0,02690	9,15	3,392	0,753	0,741	0,2790	0,05313	5,24	7,067
0,792	0,624	0,2471	0,02734	9,04	3,452	0,752	0,744	0,2797	0,05420	5,16	7,207
0,791	0,627	0,2480	0,02779	8,92	3,513	0,751	0,747	0,2805	0,05520	5,08	7,352
0,790	0,630	0,2488	0,02825	8,81	3,576	0,750	0,750	0,2812	0,05624	5,00	7,500
0,789	0,633	0,2497	0,02871	8,70	3,639	0,749	0,753	0,2820	0,05731	4,92	7,652
0,788	0,636	0,2506	0,02919	8,58	3,704	0,748	0,756	0,2827	0,05840	4,84	7,808
0,787	0,639	0,2514	0,02968	8,47	3,770	0,747	0,759	0,2835	0,05952	4,76	7,968
0,786	0,642	0,2523	0,03017	8,36	3,838	0,746	0,762	0,2842	0,06067	4,68	8,132

Etat-limite de service

TABLEAU 9 (suite) - Section rectangulaire en flexion simple sans armatures comprimées.

Etat-limite de service

β_1	α_1	μ'_1	μ_1	k_1	ρ_1	β_1	α_1	μ'_1	μ_1	k_1	ρ_1
0,745	0,765	0,2850	0,0618	4,608	8,30	0,705	0,885	0,3120	0,1601	1,949	22,70
0,744	0,768	0,2857	0,0630	4,531	8,47	0,704	0,888	0,3126	0,1652	1,892	23,47
0,743	0,771	0,2864	0,0643	4,455	8,65	0,703	0,891	0,3132	0,1707	1,835	24,28
0,742	0,774	0,2871	0,0656	4,380	8,84	0,702	0,894	0,3138	0,1764	1,778	25,13
0,741	0,777	0,2879	0,0668	4,305	9,02	0,701	0,897	0,3144	0,1826	1,722	26,04
0,740	0,780	0,2886	0,0682	4,231	9,22	0,700	0,900	0,3150	0,1890	1,666	27,00
0,739	0,783	0,2893	0,0696	4,157	9,42	0,699	0,903	0,3156	0,1959	1,611	28,02
0,738	0,786	0,2900	0,0710	4,084	9,62	0,698	0,906	0,3162	0,2032	1,556	29,11
0,737	0,789	0,2907	0,0725	4,011	9,83	0,697	0,909	0,3168	0,2109	1,502	30,27
0,736	0,792	0,2914	0,0740	3,939	10,05	0,696	0,912	0,3174	0,2193	1,447	30,51
0,735	0,795	0,2922	0,0755	3,868	10,28	0,695	0,915	0,3180	0,2283	1,393	32,83
0,734	0,798	0,2929	0,0771	3,797	10,51	0,694	0,918	0,3185	0,2377	1,340	34,26
0,733	0,801	0,2936	0,0788	3,727	10,75	0,693	0,921	0,3191	0,2479	1,287	35,79
0,732	0,804	0,2943	0,0805	3,657	10,99	0,692	0,924	0,3197	0,2591	1,234	37,45
0,731	0,807	0,2950	0,0823	3,587	11,25	0,691	0,927	0,3203	0,2712	1,181	39,24
0,730	0,810	0,2957	0,0840	3,518	11,51	0,690	0,930	0,3209	0,2842	1,129	41,19
0,729	0,813	0,2963	0,0859	3,450	11,78	0,689	0,933	0,3214	0,2984	1,077	43,31
0,728	0,816	0,2970	0,0878	3,382	12,06	0,688	0,936	0,3220	0,3139	1,026	44,41
0,727	0,819	0,2977	0,0898	3,315	12,35	0,687	0,939	0,3225	0,3317	0,974	45,51
0,726	0,822	0,2984	0,0919	3,248	12,65	0,686	0,942	0,3231	0,3498	0,923	51,00
0,725	0,825	0,2991	0,0940	3,182	12,96	0,685	0,945	0,3237	0,3708	0,873	54,12
0,724	0,828	0,2997	0,0962	3,116	13,29	0,684	0,948	0,3242	0,3940	0,823	57,41
0,723	0,831	0,3004	0,0985	3,050	13,62	0,683	0,951	0,3248	0,4216	0,773	61,52
0,722	0,834	0,3011	0,1008	2,986	13,97	0,682	0,954	0,3253	0,4498	0,723	65,95
0,721	0,837	0,3017	0,1033	2,921	14,33	0,681	0,957	0,3259	0,4835	0,674	71,00
0,720	0,840	0,3024	0,1058	2,857	14,70	0,680	0,960	0,3264	0,5222	0,625	76,80
0,719	0,843	0,3031	0,1085	2,794	15,09	0,679	0,963	0,3269	0,5675	0,576	83,55
0,718	0,846	0,3037	0,1105	2,730	15,49	0,678	0,966	0,3275	0,602	0,528	91,48
0,717	0,849	0,3044	0,1141	2,668	15,91	0,677	0,969	0,3280	0,6480	0,480	100,96
0,716	0,852	0,3050	0,1171	2,606	16,35	0,676	0,972	0,3285	0,7604	0,432	12,47
0,715	0,855	0,3057	0,1201	2,544	16,81	0,675	0,975	0,3291	0,8348	0,385	126,75
0,714	0,858	0,3063	0,1233	2,482	17,28	0,674	0,978	0,3296	0,9780	0,337	144,92
0,713	0,861	0,3069	0,1267	2,422	17,78	0,673	0,981	0,3301	1,1343	0,291	168,83
0,712	0,864	0,3076	0,1303	2,361	18,30	0,672	0,984	0,3306	1,3349	0,244	201,72
0,711	0,867	0,3082	0,1339	2,301	18,84	0,671	0,987	0,3311	1,6773	0,197	249,79
0,710	0,870	0,3088	0,1378</td								

TABLEAU 10. - Section en T, état-limite de service.

Valeurs de C en fonction de $\frac{h_0}{h}$ et de $\frac{h}{y}$

