



Département Mathématique, Informatique et Géomatique (MIG)

Elément de Module : Topographie

Chapitre 5 : Mesures de distances

EL Hassan EL BRIRCHI

Plan du Chapitre

- ▶ Unités de mesures de longueurs
- ▶ Distances en topographie
- ▶ Méthodes de mesures de distances
- ▶ Mesure directe des distances : Chaînage
 - ▶ Chaînage de faible précision
 - ▶ Chaînage de moyenne précision
 - ▶ Chaînage de haute précision
 - ▶ Procédure de chaînage ordinaire
 - ▶ Fautes dans le chaînage
 - ▶ Erreurs accidentelles dans le chaînage
 - ▶ Erreurs systématiques dans le chaînage
- ▶ Mesure indirecte des distances
 - ▶ Mesures stadimétriques
 - ▶ Mesures parallaxiques
- ▶ Réductions des distances

Unités de mesures de longueurs

- ▶ Unité de longueur : le **mètre**.
- ▶ Il est défini en 1983 par le BIPM comme étant la distance parcourue par la lumière en $1/299792458$ seconde
- ▶ Autres Unités :
 - ▶ mile marin (1852 m),
 - ▶ mile terrestres (1609 m),
 - ▶ pouce (2,54 cm),
 - ▶ pied (30,48 cm),
 - ▶ année lumière (9.461.006.461.867.413,455 m)

▶ 208

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Unités de mesures de longueurs

- ▶ Subdivisions du mètre :
 - ▶ **Décimètre, dm** : 10^{-1} m
 - ▶ **Centimètre, cm** : 10^{-2} m
 - ▶ **Millimètre, mm** : 10^{-3} m
 - ▶ Micromètre, μm : 10^{-6} m
 - ▶ Nanomètre, nm : 10^{-9} m
 - ▶ Picomètre, pm : 10^{-12} m
 - ▶ Femtomètre, fm : 10^{-15} m
 - ▶ Attomètre, am : 10^{-18} m
 - ▶ Zeptomètre, zm : 10^{-21} m
 - ▶ Yoctomètre, ym : 10^{-24} m

▶ 209

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Unités de mesures de longueurs

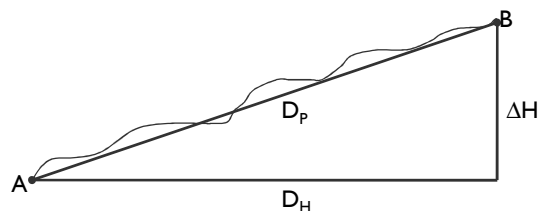
- ▶ Multiples du mètre :
 - ▶ Yottamètre, **Ym** : 10^{24} m
 - ▶ Zettamètre, **Zm** : 10^{21} m
 - ▶ Examètre, **Em** : 10^{18} m
 - ▶ Pétamètre, **Pm** : 10^{15} m
 - ▶ Téràmètre, **Tm** : 10^{12} m
 - ▶ Gigamètre, **Gm** : 10^9 m
 - ▶ Mégamètre, **Mm** : 10^6 m
 - ▶ Kilomètre, **km** : 10^3 m
 - ▶ Hectomètre, **hm** : 10^2 m
 - ▶ Décamètre, **dam** : 10^1 m

▶ 210

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Distances en topographie

- ▶ D_H : distance horizontale
- ▶ D_p : distance suivant la pente
- ▶ ΔH : différence de niveau



▶ 211

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Méthodes de mesures de distances

- ▶ **Mesure directe : chaînage**
- ▶ **Mesure indirecte : à l'aide d'un stadimètre ou tachéomètre**
- ▶ **Mesure graphique : mesure sur un plan à l'échelle**
- ▶ **Détermination par coordonnées : calcul par des formules de géométrie**
- ▶ **Mesure électronique : mesure de déphasage entre un signal (onde lumineuse, infrarouge, lazer) émis et le signal renvoyé**

▶ 212

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

- ▶ **Le procédé consiste à porter bout à bout un étalon de mesure, un certain nombre de fois, tout en parcourant la distance à mesurer**
- ▶ **Exemples d'étalon :**
 - ▶ Mètre, décamètre, double décamètre
 - ▶ Chaîne d'acier de 20m, 50m ou 100m
 - ▶ Fil invar de 20m, 25m, 50m
- ▶ **Portée : la longueur totale de la chaîne**
- ▶ **Appoint : fraction de la longueur de la chaîne**

▶ 213

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

- ▶ Chaînage de faible précision
 - ▶ Mesure au pas :
 - ▶ On compte le nombre de pas.
 - ▶ Les pas sont étalonnés avant sur une distance connue.
 - ▶ Mesure à la roue (brouette) :
 - ▶ On compte le nombre de tour
 - ▶ Le périmètre de la roue est connu à l'avance
 - ▶ Les distances mesurées sont des distances suivant la pente

▶ 214

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

- ▶ Chaînage de moyenne précision
 - ▶ La mesure est faite en utilisant les chaînes d'acier (20m, 50m, 100m)
 - ▶ Coefficient de dilatation très faible
 - ▶ Chaînes stables
 - ▶ **Pour des travaux ordinaires on néglige les erreurs systématiques qui affectent la mesure**

▶ 215

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

- ▶ **Chaînage de haute précision**
 - ▶ La mesure est faite en utilisant les **fils invar**
 - ▶ Il est utilisé pur la mesure des bases géodésiques et des bases d'étalonnage
 - ▶ L'erreur relative obtenue dans la mesure des bases du réseau géodésique est de l'ordre de **0.1 ppm**

▶ 216

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

- ▶ **Procédure de chaînage ordinaire :**
 - ▶ Matériel : fiches, jalons, chaîne
 - ▶ Opérateurs : 2 personnes
 - ▶ Le chaîneur arrière aligne le chaîneur avant
 - ▶ Le chaîneur avant implante les fiches (portée) tout en exerçant la tension nécessaire sur la chaîne
 - ▶ Le chaîneur arrière ramasse les fiches
 - ▶ Au point d'arrivé le chaîneur avant lit l'appoint (fraction d'une portée)
 - ▶ Les chaîneurs inverse leur rôle et recommencent la mesure dans le sens inverse (sens retour)
 - ▶ Distance mesurée = Nombre de portées (nombre de fiches) + Appoint (dernière lecture)

▶ 217

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

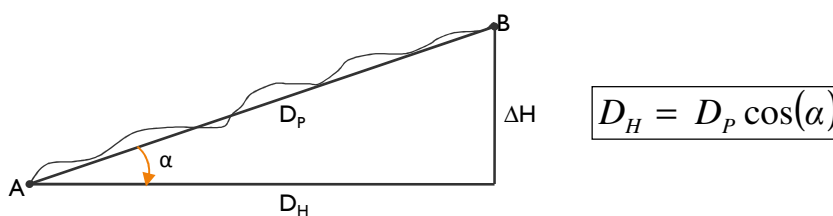
- ▶ Procédure de chaînage ordinaire : cas d'un terrain plat
 - ▶ La distance mesurée suivant un alignement entre le point de départ et le point d'arrivée donne la distance horizontale entre les deux points

▶ 218

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

- ▶ Procédure de chaînage ordinaire : cas d'un terrain en pente
 - ▶ Chaînage suivant la pente : La distance mesurée suivant un alignement entre le point de départ et le point d'arrivée donne la distance suivant la pente, D_p , entre les deux points



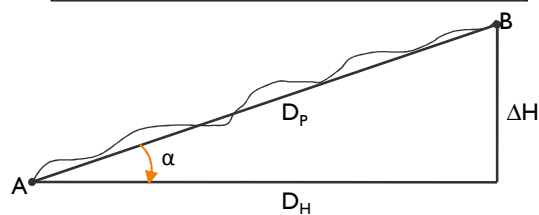
▶ 219

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

- ▶ Procédure de chaînage ordinaire : cas d'un terrain en pente
 - ▶ Chaînage suivant la pente (si l'angle de site est petit, qq grades) :

$$D_H = D_P - \frac{\Delta H^2}{2D_P} = D_P \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$$

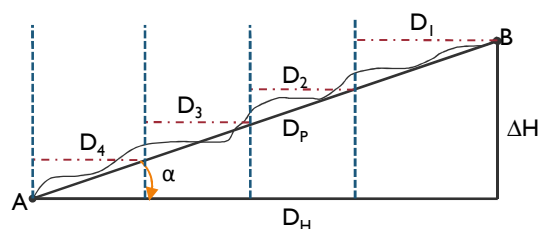


▶ 220

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Chaînage

- ▶ Procédure de chaînage ordinaire : cas d'un terrain en pente
 - ▶ Chaînage par cultellation.



$$D_H = D_1 + D_2 + D_3 + D_4$$

▶ 221

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Fautes dans le chaînage

- ▶ Ajouter ou retrancher une portée
- ▶ Mauvais choix de l'extrémité de la chaîne
- ▶ Erreur de lecture
- ▶ Erreur dans la transcription des chiffres
- ▶ ...
- ▶ Des contrôles sur le terrain permettent de vérifier et d'éliminer les fautes de mesures.

▶ 222

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Erreurs accidentelles dans le chaînage

- ▶ Erreur d'appréciation d'une lecture sur la chaîne
- ▶ Erreur d'alignement
- ▶ Erreur de mise bout à bout
- ▶ Erreur de fil à plan (effet du vent par exemple)
- ▶ Erreur d'horizontalité de la chaîne
- ▶ Erreur d'évaluation de la tension appliquée
- ▶ Erreur d'évaluation de la température de la chaîne
- ▶ ...

▶ 223

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure directe des distances : Erreurs systématiques dans le chaînage

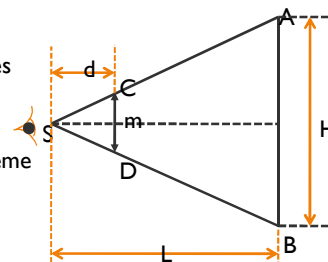
- ▶ **Erreur d'étalonnage** : erreur dans la longueur d'une chaîne
- ▶ **Erreur de dilatation** (température)
- ▶ **Erreur d'élasticité** (tension) : traction exercée sur les deux extrémités de la chaîne
- ▶ **Erreur de chaînette** : erreur due à la flèche de la chaîne (courbure de la chaîne entre les extrémités supportées)
- ▶ Il n'est pas nécessaire de corriger ces erreurs pour une mesure ordinaire. Cette correction sert surtout pour le chaînage de précision (Géodésie, Etalonnage,...)

▶ 224

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures stadimétriques

- ▶ La mesure indirecte de distance consiste à utiliser des procédés différents du report d'étalon de mesure de distance.
- ▶ Tous les procédés stadimétriques reposent sur le même principe de mesure.
- ▶ **m**, la longueur de CD, est interceptée par les rayons visuels SA et SB à une distance **d** de S
- ▶ **H** est la longueur d'une mire, placée à la distance **L** (qu'on souhaite mesurer), perpendiculaire à la ligne de visée à partir de la station S
- ▶ Deux des trois quantités **d**, **m**, **H** sont constantes et connues. La troisième est le plus souvent variable
- ▶ Le choix des deux paramètres constants et du mode de mise en œuvre détermine le procédé stadimétrique de mesure indirecte de distance

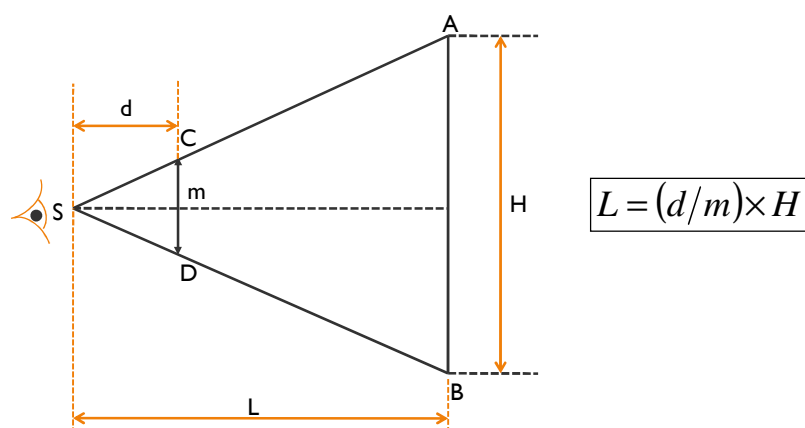


▶ 225

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures stadimétriques

- ▶ Formule fondamentale de la stadimétrie :

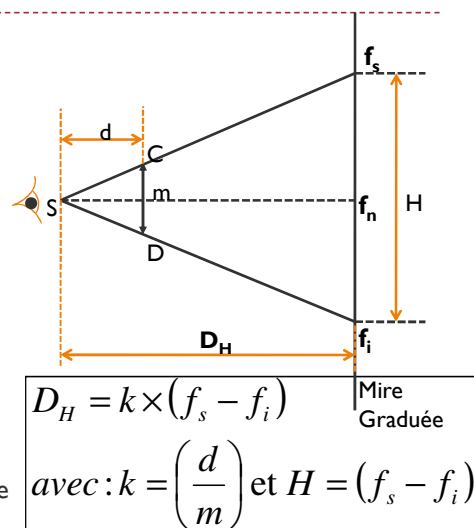


▶ 226

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures stadimétriques

- ▶ Stadimètre à angle constant :
- ▶ f_s : lecture sur fil supérieur
- ▶ f_n : lecture sur fil niveleur
- ▶ f_i : lecture sur fil inférieur
- ▶ K : coefficient déterminé selon l'instrument utilisé. **$K = 100$** en général
- ▶ Cette formule est valable
 - ▶ Dans le cas d'un instrument autoréducteur.
 - ▶ Utilisé pour la mesure de distance stadimétrique avec un niveau par exemple
 - ▶ En général dans le cas où la ligne de visée est perpendiculaire à la mire

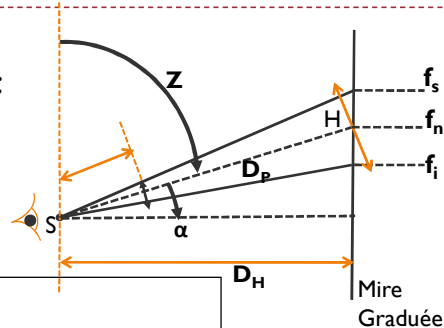


▶ 227

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures stadimétriques

► Stadimètre à angle constant :



$$D_p = k \times (f_s - f_i) \times \cos(\alpha)$$

$$D_H = D_p \times \cos(\alpha) = k \times (f_s - f_i) \times \cos^2(\alpha)$$

$$\text{avec : } k = \left(\frac{d}{m}\right) \cong 100 \text{ et } H = (f_s - f_i) \times \cos(\alpha)$$

$$\cos^2(\alpha) = \sin^2(Z)$$

► 228

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures stadimétriques

► Portées limite des Mires :

- Pouvoir séparateur de l'œil : l' soit $(\pi / 10800)$ rad
- 1 mm de la mire est vu à une distance D par l'œil sous un angle : $(1 / (1000 * D))$
- A travers une lunette de grossissement G, 1mm de la mire est vu à une distance D par l'œil sous un angle : $(G / (1000 * D))$
- Pour pouvoir estimer le millimètre sur la mire il faut que :
- $(G / (1000 * D)) \geq (\pi / 10800)$

► 229

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures stadimétriques

▶ Portées limite des Mires :

- ▶ Pour pouvoir estimer le millimètre sur la mire il faut que :

$$D \leq \frac{10,8 \times G}{\pi}$$

- ▶ T2 : G = 28 , D ≤ 96m
- ▶ T3 : G = 24 ou 30 ou 40 , D ≤ 82m ou 103m ou 137m
- ▶ T16 : G = 24 , D ≤ 82m

▶ 230

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

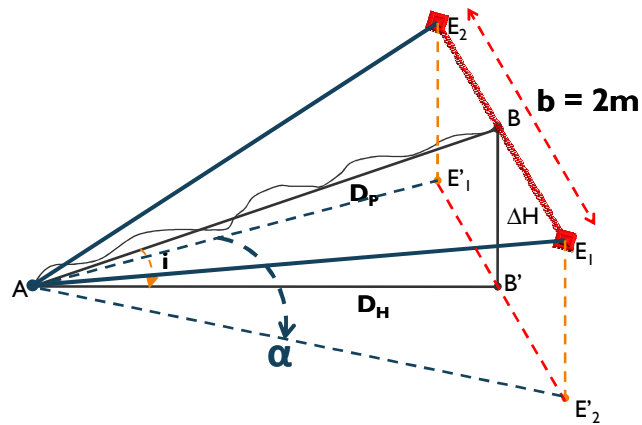
Mesure indirecte des distances : mesures parallactiques

- ▶ Le procédé consiste à mesurer un angle entre des visées vers deux voyants situés sur les deux extrémités d'une stadia horizontale.
- ▶ Les deux voyants sont placés d'une manière symétrique par rapport à l'axe de la mire.
- ▶ Les stadias ont généralement une longueur de 2m
- ▶ Ce procédé permet d'obtenir une précision de qq cm sur une distance de 100m. Pour obtenir cette précision sur la distance, la mesure d'angle est faite avec une précision de l'ordre de 3 dm (avec un théodolite de type T2 par exemple)

▶ 231

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures parallactiques

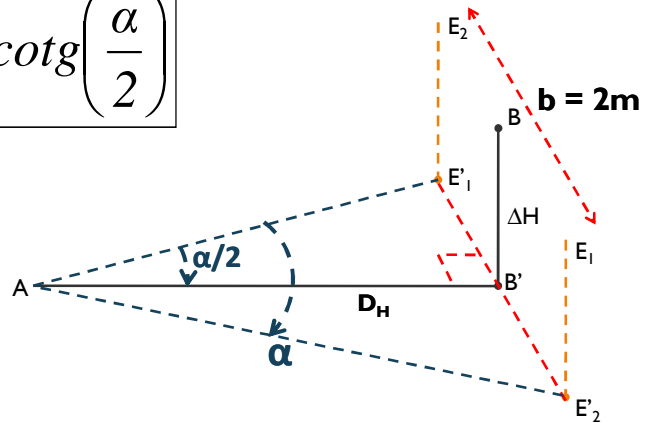


▶ 232

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures parallactiques

$$D_H = \frac{b}{2} \times \cotg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$



▶ 233

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

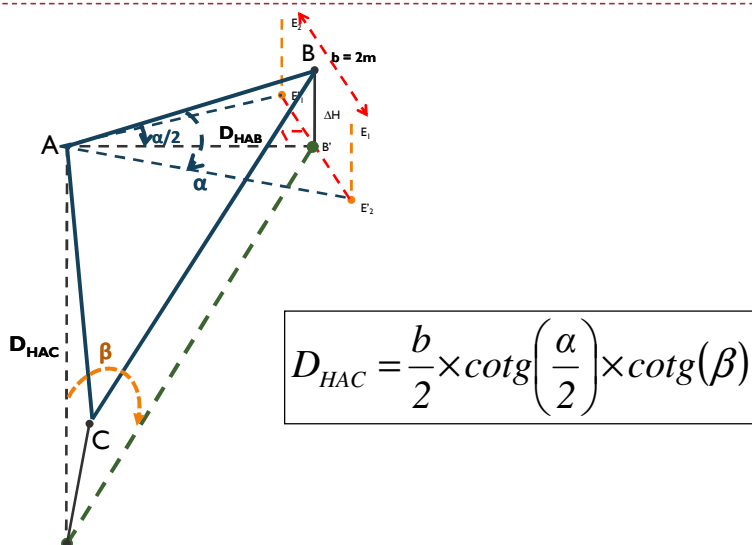
Mesure indirecte des distances : mesures parallactiques – Amplification de base

- ▶ Les mesures d'angle avec les anciens instruments optico-mécaniques étant plus précises que les mesures des distances, et afin de minimiser l'erreur de mesure par procédé parallactique pour de grandes distances (dépassant les qq centaines de mètre) on utilise la méthode de mesure de distances par amplification de la base.
- ▶ La méthode consiste à mesurer une première distance (plus petite) par méthode parallactique et de l'amplifier via des mesures d'angles pour obtenir la mesure de la distance souhaitée (qui est plus grande)

▶ 234

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

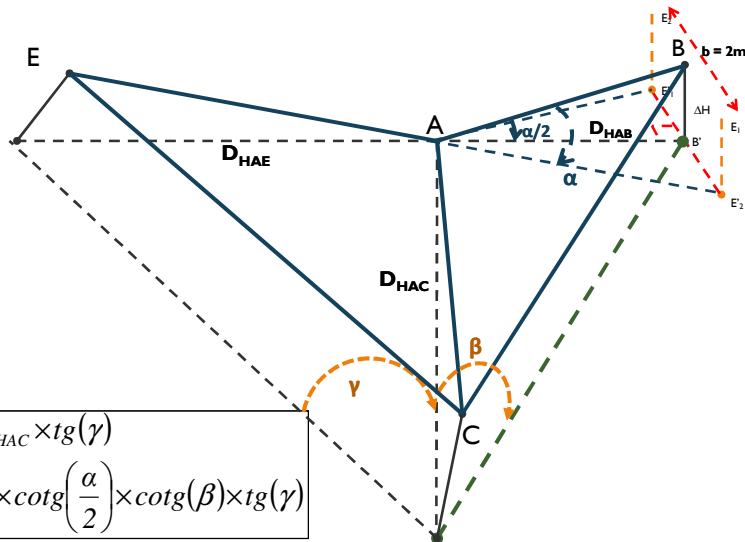
Mesure indirecte des distances : mesures parallactiques – Amplification de base



▶ 235

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures parallaxiques – Double Amplification de base



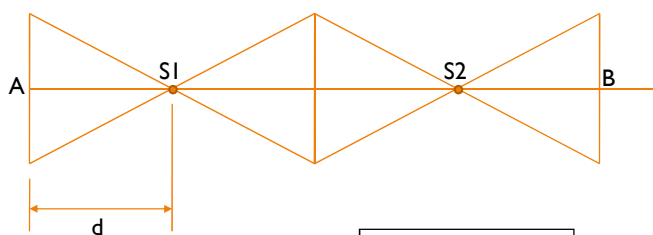
$$D_{HAE} = D_{HAC} \times \operatorname{tg}(\gamma)$$

$$D_{HAE} = \frac{b}{2} \times \operatorname{cotg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \times \operatorname{cotg}(\beta) \times \operatorname{tg}(\gamma)$$

► 236

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures parallaxiques – Décomposition en tronçons égaux



$$d = D_{AB} / n$$

- Pour de grandes distances, l'erreur de mesure devient importante (l'erreur de la méthode parallaxique est croissante en carré de la distance).
- La décomposition d'une distance AB en tronçons égaux de longueur d permettra de réduire l'erreur résultante sur la totalité de la distance mesurée

► 237

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Mesure indirecte des distances : mesures parallaxiques – Erreurs de mesures

- ▶ L'erreur de mesure de la distance horizontale dépendra des erreurs suivantes :
 - ▶ Erreur sur la longueur de la mire (stadia)
 - ▶ Erreur sur la mesure d'angle
 - ▶ Erreur de perpendicularité de la mire par rapport à la ligne de visée
 - ▶ Erreur d'horizontalité de la mire

▶ 238

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

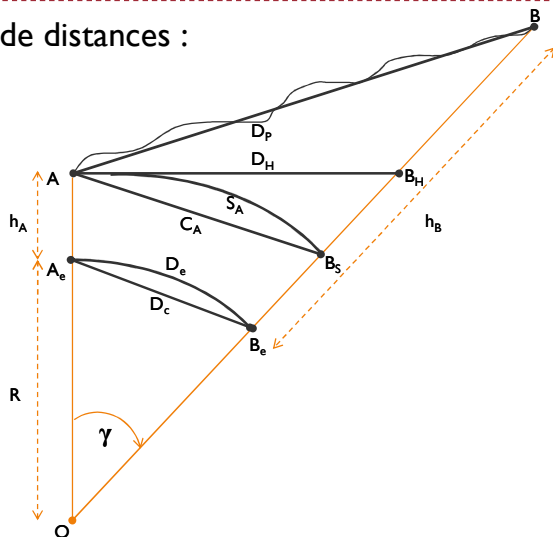
- ▶ Types de distances :
 - ▶ Distance en Terrain réel : **D**
 - ▶ Distance en pente : **D_p**
 - ▶ Distance horizontale (tangente) : **D_H**
 - ▶ Distance sphérique (arc) : **S**
 - ▶ Distance de la corde de l'arc sphérique (corde) : **C**
 - ▶ Distance sur l'ellipsoïde de révolution : **D_e**
 - ▶ Distance de la corde par rapport à l'ellipsoïde de révolution : **D_c**
 - ▶ Distance sur le plan de projection : **D_{proj}**
 - ▶ Distance à l'échelle du plan de la carte (papier) : **D_{papier}**

▶ 239

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

Types de distances :



► 240

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

Distance en pente : D_P

- Distance mesurée,

$$Ch = \frac{\Delta H^2}{2D_P}$$

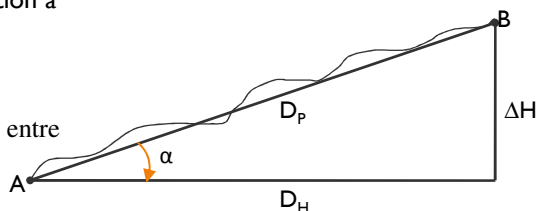
Réduction à l'horizontale (tangente) : $D_H = AB_H$

- La distance horizontale est située approximativement dans le plan horizontal au point A
- Ch : correction de réduction à l'horizontal
- α : angle de site (angle d'inclinaison)
- ΔH : différence d'altitude entre A et B

$$D_H = D_P - Ch$$

$$D_H = D_P - \frac{\Delta H^2}{2D_P} = D_P \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$$

$$D_H = D_P \cos(\alpha)$$



► 241

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Distance sphérique (arc) : $S = \widehat{AB}_s$
 - ▶ Elle correspond à la longueur de l'arc inscrit sur une surface sphérique passant par le point A et qui lie A à B_s : la projection du point B sur la surface sphérique
 - ▶ R : Rayon moyen de l'ellipsoïde terrestre $S_A = (R + H_A) * \gamma$
 - ▶ H_A : altitude du point A
 - ▶ γ : l'angle au centre O de l'ellipsoïde entre A et B
- ▶ Distance de la corde de l'arc sphérique (corde) : $C = AB_s$
 - ▶ Elle correspond à la distance euclidienne entre les deux points A et B_s

$$C_A = 2 * (R + H_A) * \sin(\gamma / 2)$$

$$D_H = (R + H_A) * \text{tg}(\gamma)$$

▶ 242

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

S_A (m)	$C_A - S_A$ (mm)	$D_{HA} - S_A$ (mm)
1000	-0.002	0.008
2000	-0.009	0.06
5000	-0.1	1
10000	-1.03	8.2

▶ 243

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Pour des distances de moins de **5 km** on peut confondre pour les travaux topographiques la tangente (**DH**), l'arc sphérique (**S**) et la corde (**C**) au point A.
- ▶ Pour des distances de moins de **10 km** on peut confondre pour les travaux topographiques l'arc sphérique (**S**) et la corde (**C**) au point A.

▶ 244

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Distance de la corde par rapport à l'ellipsoïde de révolution : $D_c = AB_e$
 - ▶ Elle correspond à la distance euclidienne entre les deux points A_e et B_e , les projections normales des points A et B respectivement sur l'ellipsoïde.
 - ▶ R : Rayon moyen de la terre
 - ▶ h_A et h_B : altitudes géométriques des points A et B

$$D_c = D_p \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{h_A - h_B}{D_p}\right)^2}{\left(1 + \frac{h_A}{R}\right)\left(1 + \frac{h_B}{R}\right)}}$$

▶ 245

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Distance de la corde par rapport à l'ellipsoïde de révolution : D_c
- ▶ **Formule Approchée :**

$$D_c = D_p \left(1 - \frac{h_A}{R} \right)$$

$$D_e = D_H \left(1 - \frac{H_A}{R} \right)$$

$$D_e = D_H \left(1 - \frac{H_m}{R} \right) \text{ avec : } H_m = \frac{H_A + H_B}{2}$$

▶ 246

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Distance sur l'ellipsoïde de révolution : $D_e = \widehat{A_e B_e}$
- ▶ Elle correspond à la longueur de l'arc inscrit sur la surface de l'ellipsoïde de révolution (ellipsoïde de référence), reliant les points A_e et B_e , les projections normales des points **A** et **B** respectivement sur l'ellipsoïde.

$$D_e = \gamma^* R = 2R \arcsin \left(\frac{D_c}{2R} \right)$$

▶ 247

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Distance sur l'ellipsoïde de révolution : D_e
 - ▶ **Formule de correction de courbure (obtenue par développement limité du arcsin() dans la formule précédente)**

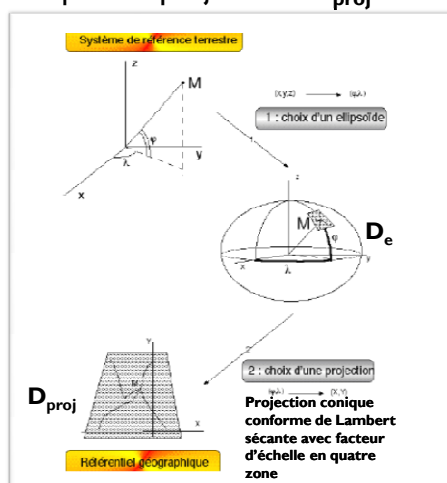
$$D_e = D_c \left(1 + \frac{D_c^2}{24R^2} \right)$$

▶ 248

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Distance sur le plan de projection : D_{proj}



▶ 249

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Distance sur le plan de projection : D_{proj}
 - ▶ k : module linéaire de la projection conique conforme de Lambert sécante avec facteur d'échelle.
 - ▶ k dépend du parallèle (varie en fonction de la latitude).
 - ▶ k est appelé aussi échelle locale.
 - ▶ $k = ds_p / ds_e$
 - ▶ Les valeurs officielles, tous les **1 km** selon l'axe des Y, sont données dans un tableau par l'ANCFCC.
 - ▶ A titre d'exemple : $(k-1) = -36 \text{ cm / km}$ pour la région de Rabat
 - ▶ $k-1$: est appelée coefficient d'altération linéaire

$$D_{proj} = k * D_e$$

$$D_{proj} = \sqrt{\Delta E^2 + \Delta N^2}$$

▶ 250

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

Réduction des distances

- ▶ Distance à l'échelle du plan de la carte (papier) : D_{papier}
 - ▶ E : échelle de la carte (1/50, 1/25000, 1/500000,...)
 - ▶ à noter que l'œil d'un lecteur de carte peut séparer le 2 dixième du millimètre sur le papier. On définit alors l'erreur graphique :

$e_{graphique}$

$$D_{Carte} = E * D_{proj}$$

$$e_{graphique} (mm) = \frac{1}{5.E}$$

▶ 251

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012