



Département Mathématique, Informatique et Géomatique (MIG)

## Elément de Module : Topographie

Chapitre 4 : Mesures d'Angles

EL Hassan EL BRIRCHI

### Plan du Chapitre

---

- ▶ Déviation de la verticale
- ▶ Orientation d'une direction
- ▶ Unités angulaires
- ▶ Angles horizontaux
- ▶ Angle vertical
- ▶ Instruments de mesure d'angles
- ▶ Mesures d'angles
- ▶ Mesures d'angles horizontaux
  - ▶ Mesure d'angle isolé
  - ▶ Méthode des Tours d'horizon
- ▶ Mesure d'angles verticaux
- ▶ Principales Erreurs Systématiques de Mesures d'Angles
- ▶ Mesure de Gisement

## Déviations de la Verticale

- ▶ Vecteur normal  $\mathbf{n}$  : vecteur unitaire normal à la surface de l'ellipsoïde de révolution aplati de référence.
- ▶ Verticale  $\mathbf{v}$  : vecteur unitaire matérialisant l'inverse de direction du champ d'accélération de la pesanteur terrestre  $\mathbf{g}$

$$\vec{n} = \frac{\frac{\partial \mathbf{OM}_e}{\partial \lambda} \wedge \frac{\partial \mathbf{OM}_e}{\partial \varphi}}{\left\| \frac{\partial \mathbf{OM}_e}{\partial \lambda} \wedge \frac{\partial \mathbf{OM}_e}{\partial \varphi} \right\|}$$

$$\vec{v} = \frac{-\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|}$$

▶ 164

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Déviations de la Verticale

- ▶ Déviation de la Verticale  $\theta$  : l'angle entre la normale  $\mathbf{n}$  et la verticale  $\mathbf{v}$
- ▶ Plan Horizontal : Plan perpendiculaire à  $\mathbf{v}$  (Physique)
- ▶ Plan Tangent : Plan perpendiculaire à  $\mathbf{n}$  (Ellipsoïde)
- ▶ Plan de Projection : résultat de la projection de l'ellipsoïde sur le plan.
- ▶ Analogie entre paramètres géométriques et paramètres physiques
- ▶ Les mesures se font sur le terrain réel et les calculs se font sur le plan de projection

▶ 165

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Orientation d'une Direction

---

- ▶ **Direction du Nord :**
  - ▶ Nord Magnétique : indiqué par une boussole sous l'effet du champs magnétique de la terre
  - ▶ Nord Géographique : direction du méridien du lieu, sur l'ellipsoïde. (vers le pôle Nord). Il est aussi représenté sur le plan de projection comme direction de l'image du méridien sur ce plan (Canevas)
  - ▶ Nord Lambert : direction de l'axe des Y dans le plan de projection

▶ 166

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Orientation d'une Direction

---

- ▶ **Angle entre deux directions :**
  - ▶ Angle 3D dans l'espace.
  - ▶ Il est séparé en deux composantes :
    - ▶ Angle Horizontal : mesuré dans le plan horizontal
    - ▶ Angle Vertical : mesuré dans le plan vertical par rapport à la direction de la verticale  $v$ .
- ▶ **Azimut d'une direction (Az) :** L'angle défini dans le plan tangent au point  $M_e$  de l'ellipsoïde de référence entre le méridien (Direction du Nord géographique) et la direction considérée : c'est un angle horizontale
- ▶ Il est compté positif dans le sens horaire

▶ 167

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Orientation d'une Direction

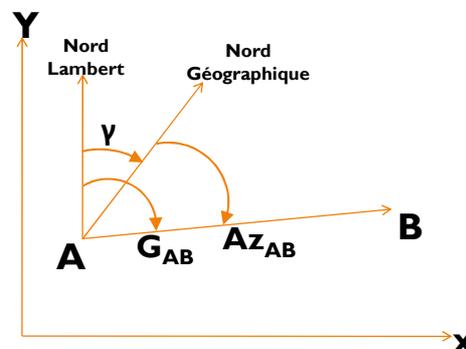
- ▶ Azimut Géodésique : défini dans le plan tangent. Le méridien représente dans ce cas le « Nord Géographique »
- ▶ Azimut Astronomique : le plan tangent est défini comme le plan perpendiculaire à la verticale  $\mathbf{v}$  du lieu au point  $M$  de l'ellipsoïde de référence (Plan parallèle au plan horizontal) . Le méridien représente dans ce cas le « Nord Astronomique »
- ▶ Gisement d'une direction ( $G$ ): l'angle défini dans le plan de projection entre l'axe des  $Y$  (Nord Lambert dans le cas d'une projection Lambert) et la direction de visée.
- ▶ Il est compté positif dans le sens horaire.

▶ 168

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Orientation d'une Direction

- ▶ Convergence du méridien ( $\gamma$ ) : la différence entre le Nord Lambert et le Nord Géographique en un point.

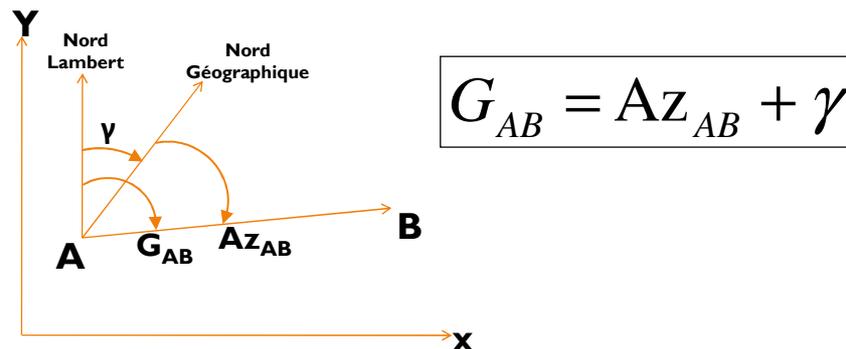


▶ 169

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Orientation d'une Direction

- ▶ Convergence du méridien ( $\gamma$ ) :
- ▶ A l'Ouest du méridien international de Greenwich :



▶ 170

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Orientation d'une Direction

- ▶ Convergence du méridien ( $\gamma$ ) :  $\gamma = (\lambda - \lambda_0) \times \sin(\varphi_0)$
- ▶  $(\lambda_0, \varphi_0)$  : Coordonnées géographiques du point origine de la projection conique conforme de Lambert
- ▶  $\lambda$  : Longitude du point
- ▶  $n = \sin(\varphi_0)$  : exposant de la représentation conique conforme de Lambert, tangente avec facteur d'échelle

▶ 171

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Unités Angulaires

- ▶ Degré, Minute, Seconde :  $15^{\circ}15'15''$
- ▶ Degré Décimal :  $15,25416666667^{\circ}$
- ▶  $(15^{\circ}+(15'+15''/60)/60)$
- ▶ Grade (gr) / Gon (g):  $16,94907407407$  gr
- ▶ (1gon = 10dg = 100 cg = 1000 mg = 10000 dmg)
- ▶ Radian (rad):  $0,26623543298$  rad
- ▶ Temps (Heure, Minute, Seconde): 1h, 1min, 1s

▶ 172

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Unités Angulaires

- ▶  $360^{\circ} = 400$  gr =  $2\pi$  rad = 24 h
- ▶ A l'équateur :
  - ▶ le périmètre du cercle parallèle est :  $2\pi a \approx 40000$ km
  - ▶ 1gr  $\approx$  100km, 1dg  $\approx$  10km, 1cg  $\approx$  1km, 1mg  $\approx$  100m, 1dmg  $\approx$  10m
- ▶ Au parallèle de latitude  $\phi$  le périmètre du cercle parallèle est  $2\pi r_p$  avec :

$$r_p = N \times \cos(\varphi) = \frac{a \times \cos(\varphi)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi)}}$$

▶ 173

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

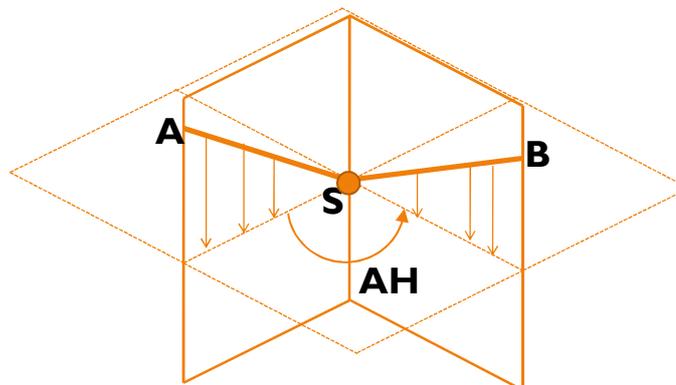
## Angles Horizontaux

- ▶ L'angle horizontal (appelé aussi angle Azimutale) est l'angle entre deux directions de visée à partir d'un point de station, calculé dans le plan Horizontal
- ▶ C'est l'angle formé par deux plans verticaux correspondant aux deux directions formant l'angle et ayant comme sommet le point de station

▶ 174

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Angles Horizontaux

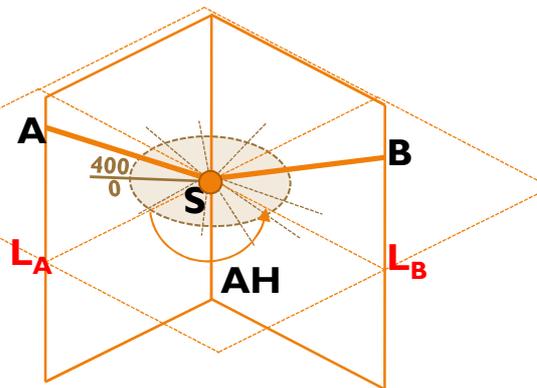


▶ 175

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Angles Horizontaux

- ▶ Cercle Gradué de l'appareil de 0 à 400 gr : Limbe Horizontal
- ▶ **Lecture d'angle Horizontal**  $L_A$  et  $L_B$
- ▶  $L_A$  : angle entre le **Zéro (origine) du limbe** horizontal et la direction SA dans le plan horizontal
- ▶  **$AH = L_B - L_A$**  : l'angle horizontal est égal à la différence des lectures d'angles



▶ 176

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

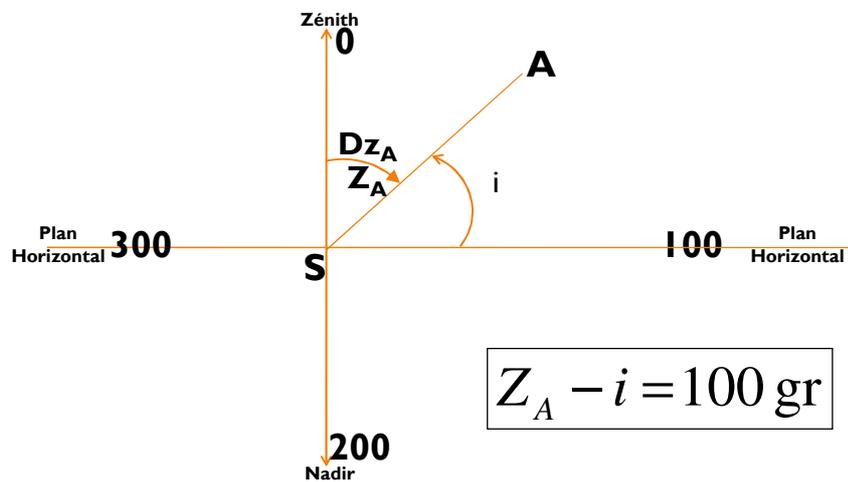
## Angle Vertical

- ▶ **Angle vertical (Z) (Av)** d'une direction : c'est l'angle entre la vertical du lieu (point de station) et la direction de visée. Il est calculé dans le plan vertical de la visée
- ▶ **Angle zénithal** ou **distance zénithale (Dz)**: angle entre le zénith du lieu (point de station) et la direction de visée dans le plan vertical de la visée
- ▶ **Angle nadiral** ou **distance nadirale**: angle entre le Nadir du lieu (point de station) et la direction de visée dans le plan vertical de la visée
- ▶ **Angle de Site (i)** : angle entre le Plan horizontal du lieu (point de station) et la direction de visée dans le plan vertical de la visée

▶ 177

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

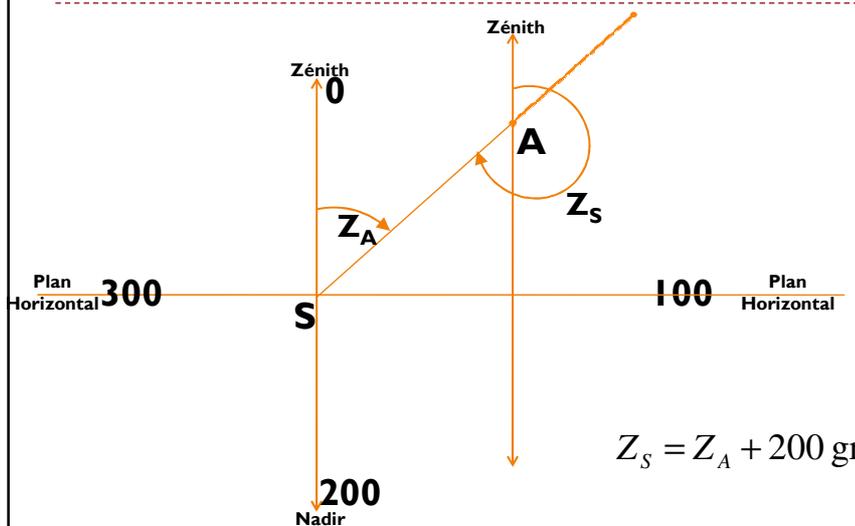
## Angle Vertical



► 178

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Angle Vertical



► 179

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Angle Vertical

- ▶ **Le cercle vertical est solidaire à l'appareil, son origine est fixe.**
- ▶  $Z = 0$  : Direction du Zénith
- ▶  $Z = 200$  : Direction du Nadir
- ▶  $Z = 100$  ou  $Z = 300$  : Direction du plan horizontal

▶ 180

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Instruments de Mesure d'angles

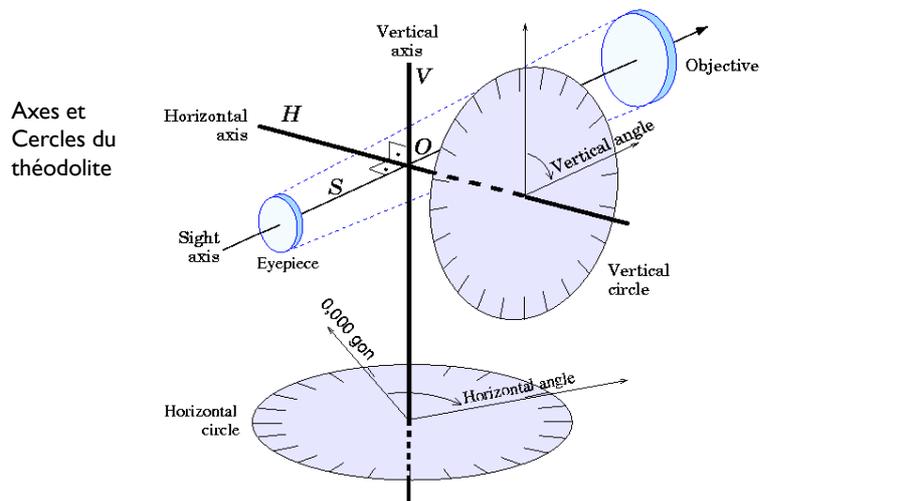
- ▶ **Théodolite** : Instrument de mesure d'angles Horizontaux et Verticaux
- ▶ Si le théodolite permet une mesure de distance en plus, il est appelé tachéomètre
- ▶ Instruments classiques : Optico-mécaniques
- ▶ Tachéomètre numérique : Station Totale
- ▶ **Axes du théodolite** :
  - ▶ Axe Vertical, Axe principal
  - ▶ Axe Horizontal, Axe des tourillons
  - ▶ Axe de visée, axe optique
- ▶ **Cercles / Limbes**
  - ▶ Limbe Horizontal
  - ▶ Limbe Vertical

Source: English Wikipedia, 2004

▶ 181

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Instrument de Mesure d'angles



Source: English Wikipedia, 2004

▶ 182

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles

- ▶ Le limbe vertical peut soit être à droite ou bien à gauche de l'opérateur (utilisateur).
- ▶ La valeur de lecture d'angle entre le zéro du limbe (horizontal ou vertical), appelé aussi origine de graduation varie donc en fonction de la position du limbe par rapport à l'utilisateur.
- ▶ On parle alors de :
  - ▶ Lecture en Cercle Gauche (CG)
  - ▶ Lecture en Cercle Droit (CD)

▶ 183

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles

- ▶ Lecture d'angle Horizontal : la différence entre une lecture d'angle horizontal en cercle gauche et une autre en cercle droit est de : 200 gr.

$$|L_{ACG} - L_{ACD}| = 200 \text{ gr}$$

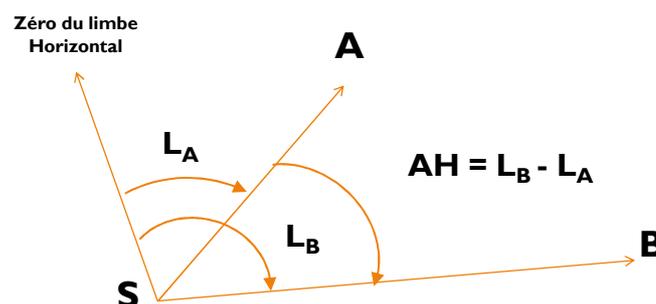
- ▶ Lecture d'angle Vertical : la somme des lectures d'angle vertical en cercle gauche et en cercle droit est égale à 400 gr.

$$Z_{ACG} + Z_{ACD} = 400 \text{ gr}$$

▶ 184

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Horizontaux Mesure d'angle isolé



▶ 185

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

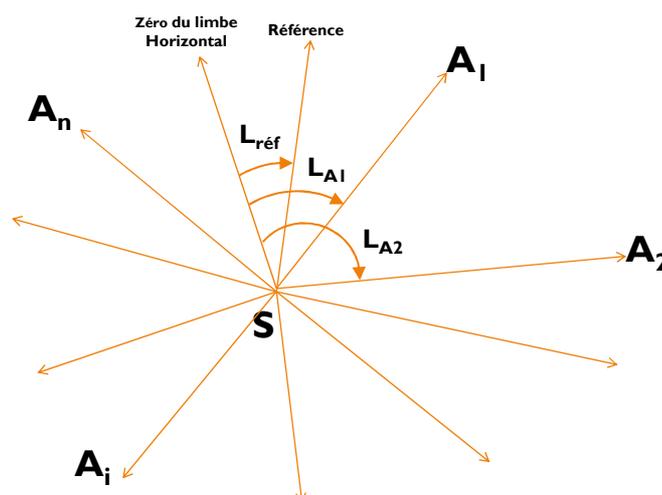
## Mesures d'angles Horizontaux Méthode des tours d'Horizons

- ▶ Nombre de points à viser à partir de la même station S est supérieur ou égal à 3 points :  $n \geq 3$
- ▶ On utilise un point comme référence
- ▶ On commence les mesures par celle du point référence et on termine les mesures par la mesure du même point référence.
- ▶ On mesure successivement les points  $A_i$
- ▶ Cette opération de mesure s'appelle un tour d'horizon.
- ▶ Le tour est réalisé dans le sens des aiguilles de la montre
- ▶ Les mesures sont faites en Cercle Gauche de l'instrument et en cercle droit de l'instrument

▶ 186

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Horizontaux Méthode des tours d'Horizons



▶ 187

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Horizontaux

### Méthode des tours d'Horizons

---

- ▶ Lecture des visées CG et CD
- ▶ Calcul de l'Ecart de fermeture du tour : la différence des lectures du point de référence au début et à la fin du tour d'horizon.
- ▶ Comparaison de l'écart de fermeture à la tolérance
- ▶ Réduction à la référence des lectures CG et CD des points  $A_i$  en retranchant la moyenne des deux lectures de début et de fin sur la référence.
- ▶ Calcul de la moyenne des deux lectures CG et CD d'une visée, réduites à la référence.
- ▶ Détermination des angles entre les différentes directions de visée en utilisant les moyennes de lecture calculées à l'étape précédente

▶ 188

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Horizontaux

### Méthode des tours d'Horizons

---

- ▶ Choix du point de référence :
  - ▶ Point relativement éloigné
  - ▶ Point bien défini en terme de matérialisation sur le terrain : bien visible, pointé avec l'instrument facile
- ▶ Méthode de séries : on appelle une série l'observation d'un ensemble de points sans changement d'origine (origine de graduation du limbe horizontal de l'instrument) entre les deux positions du cercle (gauche et droite)

▶ 189

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Horizontaux Méthode des tours d'Horizons

- ▶ **Ecart de fermeture du tour d'horizon :**
  - ▶ Il ne faut pas re-niveler un instrument au cours d'un tour d'horizon
  - ▶ Il ne faut pas changer d'opérateur au cours d'un tour d'horizon
  - ▶ L'écart de fermeture permet de vérifier justement si le limbe de l'instrument n'a pas bougé au cours des observations

▶ 190

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Horizontaux Méthode des tours d'Horizons

- ▶ **Tableau des Observations :**  $AH_{i, i+1} = L_{i+1} - L_i$

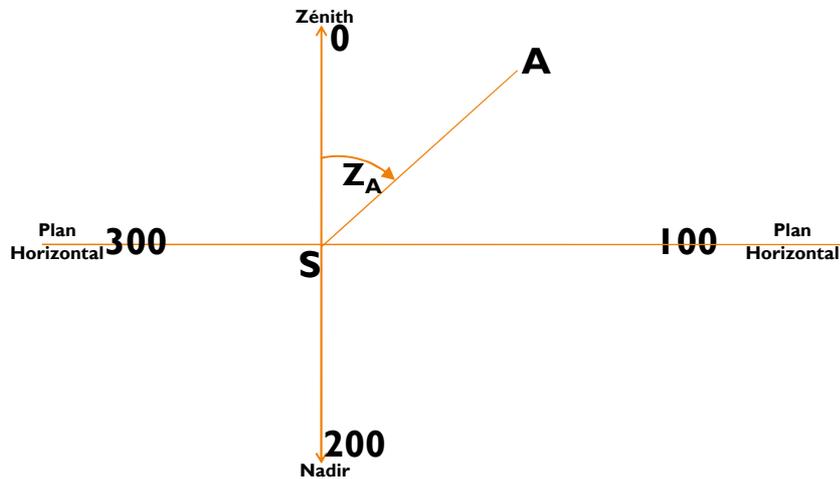
Station	Point Visé	Cercle Gauche		Cercle Droit		Moyenne ((1)+(2))/2
		Lecture	Réduction (1)	Lecture	Réduction (2)	
S	Réf	$L_{0CG}$	$L_{0CG} - L_{0mCG}$	$L_{0CD}$	$L_{0CD} - L_{0mCD}$	0
	$A_i$	$L_{iCG}$	$L_{iCG} - L_{0mCG}$	$L_{iCD}$	$L_{iCD} - L_{0mCD}$	$L_i$
	$A_i$	$L_{iCG}$	$L_{iCG} - L_{0mCG}$	$L_{iCD}$	$L_{iCD} - L_{0mCD}$	$L_i$
	$A_n$	$L_{nCG}$	$L_{nCG} - L_{0mCG}$	$L_{nCD}$	$L_{nCD} - L_{0mCD}$	$L_n$
	Réf	$L'_{0CG}$	$L'_{0CG} - L_{0mCG}$	$L'_{0CD}$	$L'_{0CD} - L_{0mCD}$	0

$$Fermeture = L_{0CG} - L'_{0CG} \quad L_{0mCG} = (L_{0CG} + L'_{0CG})/2 \quad L_{0mCD} = (L_{0CD} + L'_{0CD})/2$$

▶ 191

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Verticaux

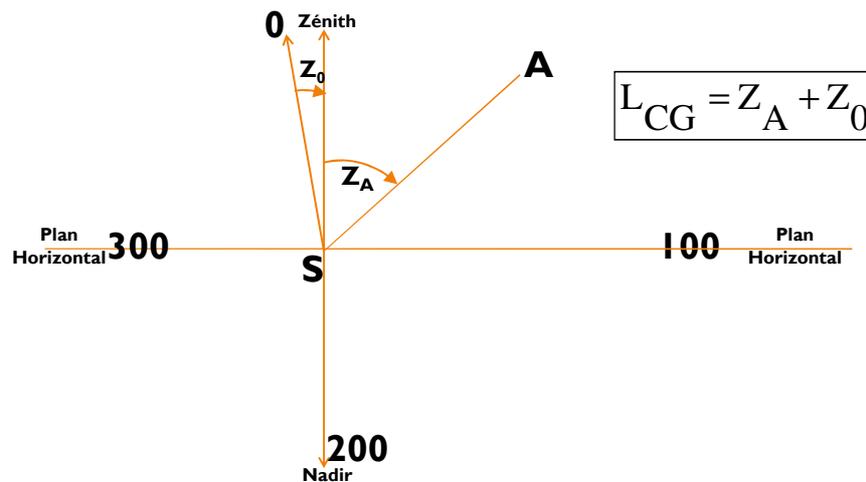


► 192

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Verticaux

► Problème :

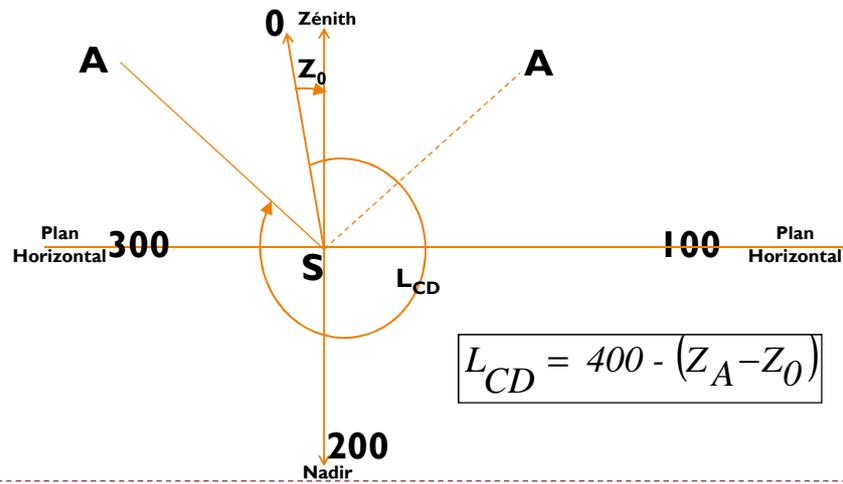


► 193

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Verticaux

### ► Problème :



► 194

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesures d'angles Verticaux

### ► Solution :

$$L_{CG} = Z_A + Z_0$$

$$L_{CD} = 400 - (Z_A - Z_0)$$



$$Z_0 = \left[ \frac{(L_{CG} + L_{CD})}{2} \right] - 200$$

► 195

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Principales Erreurs Systématiques de Mesures d'Angles

- ▶ **Erreur de collimation horizontale** : défaut de perpendicularité de l'axe optique et de l'axe de tourillon (Horizontal)
  - ▶ Solution : lecture en cercle Gauche et Droit et moyenne des mesures
- ▶ **Erreur de tourillonnement** : défaut de perpendicularité de l'axe principal et de l'axe de tourillon (Horizontal)
  - ▶ Solution : Mesure en cercle Gauche et cercle Droit puis prise en compte de la moyenne entre les deux
- ▶ **Erreur d'excentricité de l'axe de l'alidade (axe principal) par rapport au centre du limbe horizontal**
  - ▶ Solution : Prise en compte de la moyenne des mesures d'angles en utilisant deux verniers opposés du théodolite. (Lectures correspondantes à deux parties différentes du limbe horizontal)
- ▶ **Erreur de graduation du limbe** : défaut de gravure des graduations à l'usine sur le limbe
  - ▶ Solution :
    - ▶ Répéter les mesures en utilisant différentes portions de la graduation et prise en compte de la moyenne de ces mesures
    - ▶ Adopter la méthode de mesure d'angle par réitération

▶ 196

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesure de Gisement

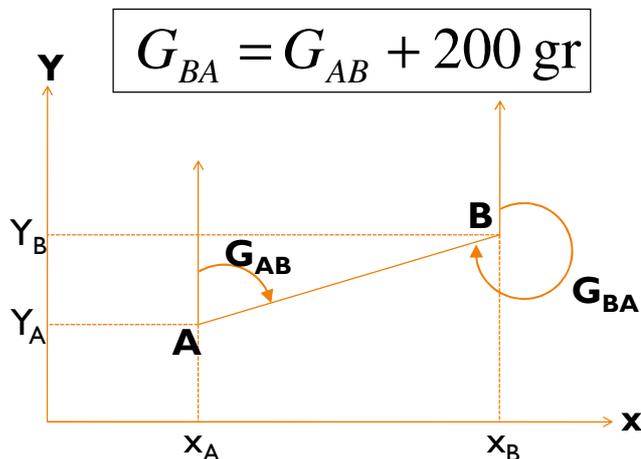
- ▶ **Gisement Calculé** : lorsque les coordonnées planimétriques des deux points formants la direction sont connues. Cette méthode est souvent utilisée pour la détermination du gisement de référence ou d'orientation.
- ▶ **Gisement Observé** : lorsque l'angle horizontal entre la direction considérée et une direction de référence ou d'orientation est mesuré.
- ▶ **Gisement déterminé par  $V_0$  de station** : la référence est remplacée par plusieurs points connus

▶ 197

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesure de Gisement

- Gisement d'une direction (G) :

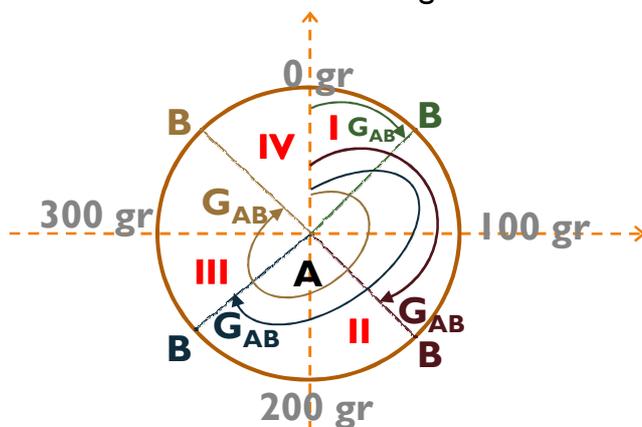


► 198

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesure de Gisement

- Calcul d'un Gisement (G) :  $G_{AB} = \arctg((x_B - x_A)/(y_B - y_A))$
- Valeur d'un Gisement : Selon le signe de  $\Delta X$  et de  $\Delta Y$



► 199

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesure de Gisement

- Calcul d'un Gisement ( $G$ ) :

$$G = \text{arctg} ((\Delta X)/(\Delta Y))$$

$$I : G_{AB} = |G|$$

$$II : G_{AB} = 200 - |G|$$

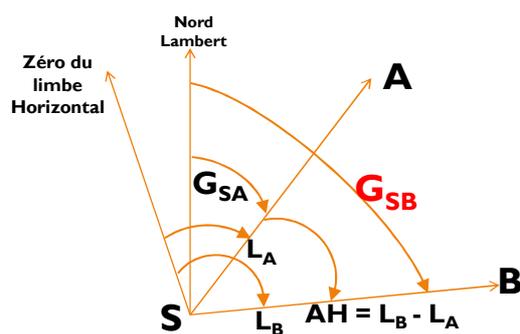
$$III : G_{AB} = 200 + |G|$$

$$IV : G_{AB} = 400 - |G|$$

► 200

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesure de Gisement



$$G_{SB} = G_{SA} + AH$$

► 201

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

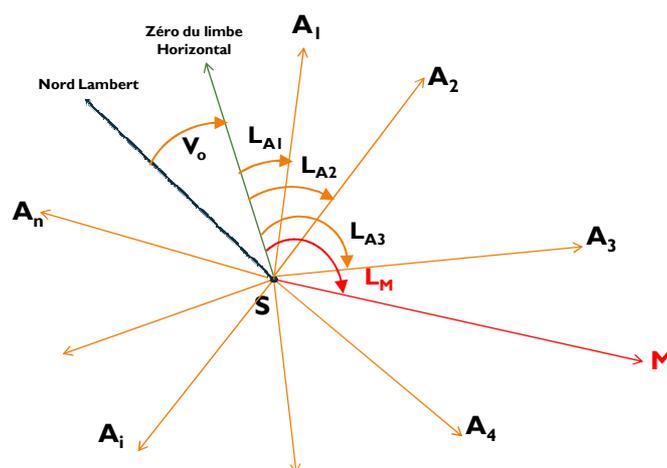
## Mesure de Gisement

- ▶ On considère  $n$  points connus  $A_1, A_2, \dots, A_n$
- ▶ On veut déterminer l'orientation d'un point inconnu  $M$  par le calcul de son gisement à la station  $S$  :  $G_{SM}$  ?
- ▶ La formule précédente est liée à un seul point connu. Afin d'éviter les erreurs potentielles sur ce point on utilise les  $n$  points pour le calcul du gisement  $G_{SM}$ . On utilise alors la notion de :  **$V_0$  de station** ou **constante d'orientation d'une direction à une station**.
- ▶ C'est le gisement du Zéro du limbe horizontal à la station  $S$

▶ 202

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

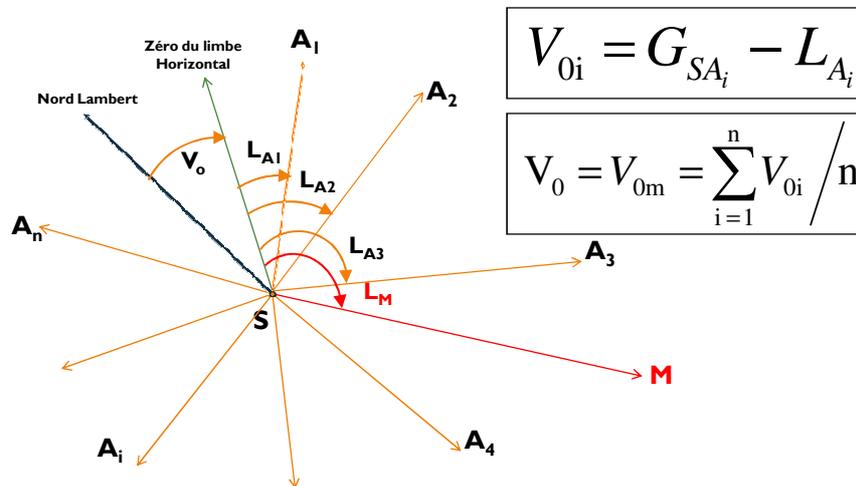
## Mesure de Gisement



▶ 203

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

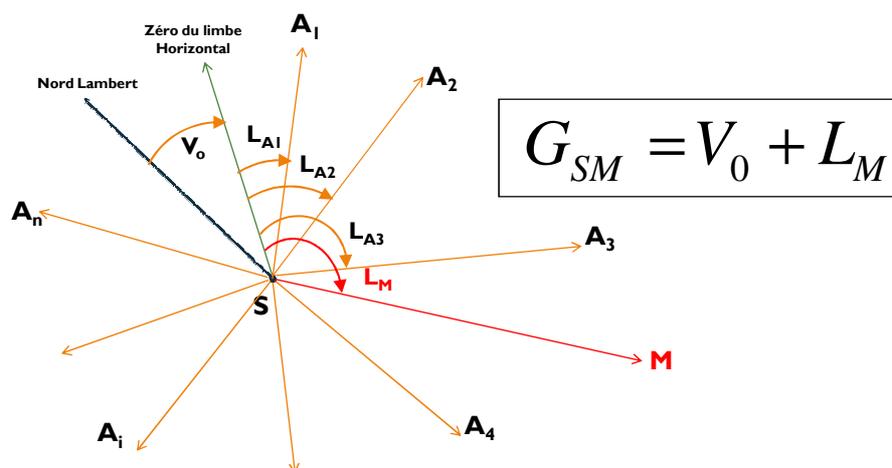
## Mesure de Gisement



► 204

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012

## Mesure de Gisement



► 205

Cours de Topographie - E.H. ELBrirchi 02/04/2012