TRACTION SIMPLE

1) Définition :

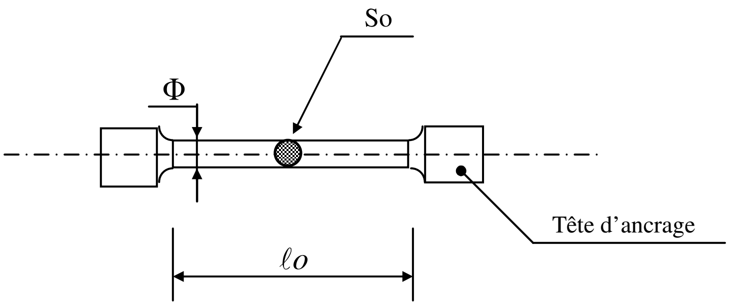
Une pièce est sollicitée à la traction ou à la compression si le torseur associé des efforts extérieurs est représenté par un seul élément de réduction au centre de gravité de chaque section droite qui est l'effort normal **N**.

$$\Longrightarrow \quad \boxed{N \neq 0 \quad ; \quad V = M = T = 0}$$

2) Aspect expérimental :

Considérons un essai de traction normalisé, qui consiste à exercer un effort de traction simple sur une éprouvette en acier (FeE 24 par exemple)

Dimensions normalisées de l'éprouvette :



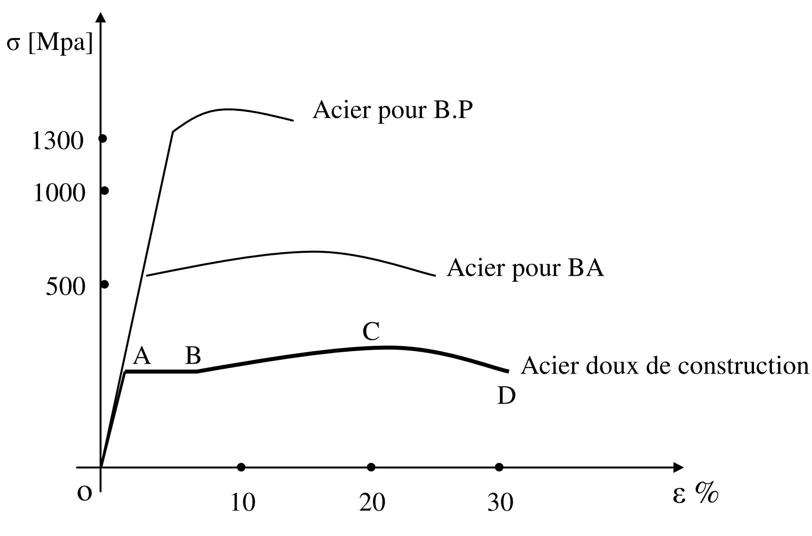
Avec :

ℓ_o = 100 mm

So = 150 mm²

Φ = 13,8 mm

Les machine d'essais permettent d'enregistrer la courbe effort-allongement qui a l'allure suivante :



Examinons les différentes parties de cette courbe :

- **Partie OA**

C'est la zone de comportement élastique du matériau. « élastique » signifie que :

- les allongements sont proportionnels aux efforts appliqués ;
- si l'on supprime la charge, l'allongement revient à zéro.

Ce comportement élastique nécessite l'introduction d'un coefficient, appelé module d'élasticité- ou module d'Young-, noté E qui est tel que :

$$\frac{N}{S} = E \cdot \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

N représentant l'effort appliqué sur l'éprouvette. (Ce coefficient traduit la proportionnalité entre l'effort appliqué et l'allongement relatif).

Cette relation traduit la loi de Hooke.

Ordre de grandeur numérique de E :

Aluminium : $E \approx 7.10^4$ Mpa

Acier : $E \approx 2.10^5$ à $2{,}2\ 10^5$ Mpa

Cuivre : $E \approx 1{,}3\ .10^5$ Mpa

- **Partie AB**

Dans cette zone, où l'allongement progresse à effort appliqué constant, se produisent des glissements à l'intérieur du matériau.

Notons que si l'on supprime l'effort, l'allongement ne s'annule pas entièrement : il subsiste une déformation permanente.

- **Partie BCD**

C'est une zone de grands allongements où l'on voit apparaître le phénomène de striction en C : il s'agit d'une brusque diminution de la section (qui constitue une amorce de rupture).

$\Rightarrow$ La rupture de l'éprouvette se produit en D.

Coefficient de poisson ν

Lorsqu'un matériau s'allonge dans une direction, son allongement s'accompagne d'un rétrécissement dans des directions perpendiculaires à celle de l'allongement (par exemple, pour une éprouvette cylindrique, on observe une diminution du diamètre).

Cette « contraction » est proportionnelle à l'effort appliqué tant que la contrainte de traction reste inférieure à la limite élastique.

Dans le cas d'une éprouvette cylindrique, de diamètre initial Do et de diamètre déformé D1, cette contraction relative s'écrit :

$$\varepsilon' = \frac{D_1 - Do}{Do}$$

le coefficient de poisson s'exprime comme suit :

$$\nu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$$

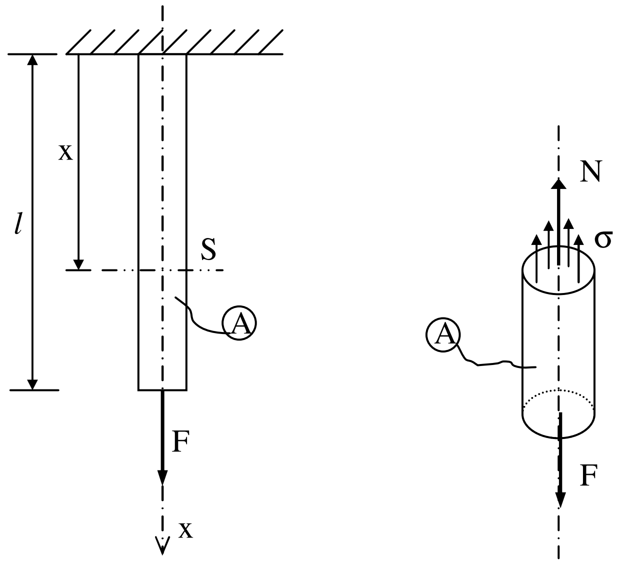
c'est un nombre sans unité, dont la valeur varie entre 0 et 0,5

3) Etat de Contrainte:

3-1)<u>Expression de la contrainte</u> :

On suppose que le poids de la barre est négligé devant F (cas général).

D'après la définition vue au chapitre précédent, si nous isolons un tronçon de poutre sollicité en traction suivant son axe :



Nous constatons, en écrivant l'équilibre statique du système isolé que l'effort tranchant et le moment fléchissant sont nuls. Seul règne au sein du matériau un effort normal, et nous avons vu que l'effort normal a pour expression :

$$N(x) = \iint_{\Sigma(x)} \sigma . ds$$

Or, sous réserve de l'hypothèse d'homogénéité et d'isotropie du matériau, nous pouvons dire que les efforts dans une section Σ (x) sont uniformément répartis. Cela signifie en outre que la composante σ de la contrainte est identique en tout point de la section Σ (x).

Donc :

$$N(x) = \sigma.\iint_S ds$$

soit :

$$N(x) = \sigma.\ S$$

or l'équilibre statique permet d'écrire :

$$N(x) = F$$

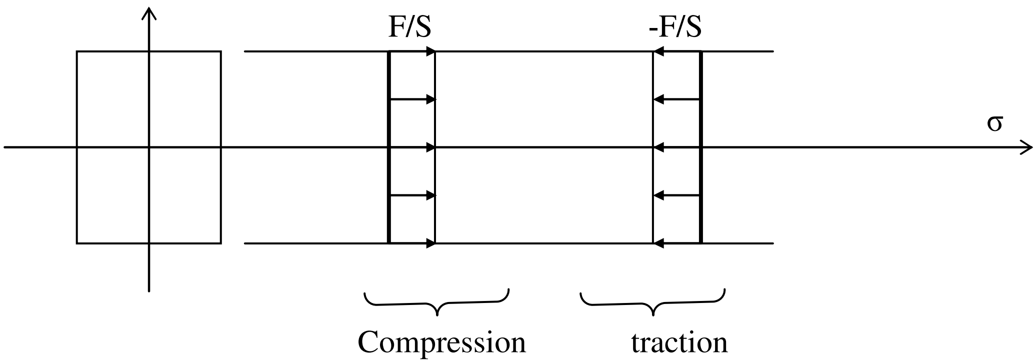
D'où l'expression de la contrainte de traction :

$$\boxed{\sigma = \frac{F}{S}}$$

Nota :

- si F est positif , il s'agit d'une compression (σ >0) ;
- si F est négatif, il s'agit d'une traction (σ <0).

3-2)<u>Diagramme de la contrainte</u> :



4) Etat de déformations :

Reprenons la barre précédente soumise à une traction F ; il en résulte un allongement Δl (le poids de la barre étant négligé).

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la contrainte σ et l'allongement unitaire ε sont liés par la loi de Hooke :

$$\sigma = E.\varepsilon$$

ce qui conduit à : $\frac{F}{S} = E.\frac{\Delta l}{l}$

soit : $\boxed{\Delta l = \frac{F.L}{E.S}}$

avec : F en [N]
L en [mm]
E en [Mpa]

S en [mm²]

5) condition de résistance :

La barre sollicitée à une traction doit pouvoir résister en toute sécurité, ou encore, les déformations doivent rester dans le domaine élastique. Aussi la contrainte normale σ doit-elle être inférieure ou au plus égale à une contrainte admissible (contrainte limite) appelée souvent résistance pratique et notée σ_p.

D'après le diagramme de traction , la limite d'élasticité est σ_e, de sorte que, pour des raisons de sécurité provenant surtout des hypothèses sur le matériau (homogénéité et isotropie) et sur le mode d'application des forces, on doit avoir $\sigma_p < \sigma_e$, soit :

$$\boxed{\sigma_p = \frac{\sigma_e}{s}}$$

s, appelé coefficient de sécurité, peut varier de 2 à 5 (aciers) ; son choix dépend du type de la construction et il est en général laissé à l'initiative du constructeur.

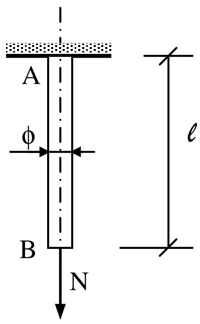
La condition de résistance à la traction est alors :

$$\boxed{\sigma \leq \sigma_p}$$

6) Applications :

Exemple 1 :

Soit un barreau de section constante 'S' et de longueur 'ℓ ', sollicité par un effort de traction N , comme l'indique la figure ci-contre :



On supposant que le poids du barreau est négligeable, déterminer :

a- la contrainte de traction σ dans le barreau ;

b- l'allongement de l'extrémité libre B.

On donne :

$\ell = 1.50$m , $\phi = 30$ mm, N= 2t , E =2.10^5 MPa

Solution :

a- la contrainte σ = N/S

$$\text{avec } S = \frac{\pi.\phi^2}{4} = \frac{\pi..30^2}{4} = 706\,mm^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{2.10^4}{706} = 28{,}32 \text{ Mpa}$$

b- l'allongement $\Delta\ell = \frac{N.\ell}{E.S}$

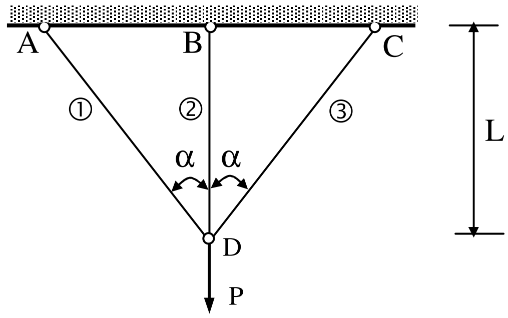
$\Rightarrow \Delta\ell = 0,21$ mm

Exemple 2 :

Soit la structure hyperstatique de la figure ci-contre :

La structure est constitué de 3 tiges de même Section '**S**', les deux tiges extérieures sont identiques et de longueur '**L**'.

Le module d'élasticité **E** est le même pour toutes les tiges.



a- Déterminer les efforts de traction dans les barres ;

b- Calculer le déplacement du point '**D**'.

Données :

P = 30 kN, L=1.00m et $\alpha = 45°$

E =2.10^5 MPa , S= 1 cm²

Solution :

a- équilibre du nœud 'D' :

$$\begin{cases} T_3.\sin\alpha - T_1.\sin\alpha = 0 & (1) \\ T_1.\cos\alpha + T_3.\cos\alpha + T_2 - P = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) $\Rightarrow T_1 = T_3$

(2) $\Rightarrow 2.T_1.\cos\alpha + T_2 = P$

On a une équation et deux inconnues, c'est une structure hyperstatique. On a besoin d'une équation supplémentaire pour résoudre le problème.

- étude des déformations :

$\Delta\ell_1 = \cos\alpha.\Delta\ell_2$

avec