Cisaillement Simple

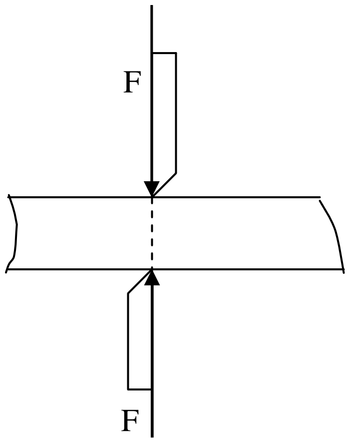
1) Définitions :

Un corps est sollicité au cisaillement lorsqu'il est soumis à deux forces opposées qui tendent à le séparer en deux tronçons glissant l'un par rapport à l'autre suivant le plan d'une section.

$$\Rightarrow \quad \boxed{N=0\ ,\quad \mathbf{V} \neq \mathbf{0},\quad M_f=0,\quad T=0}$$

Exemple :

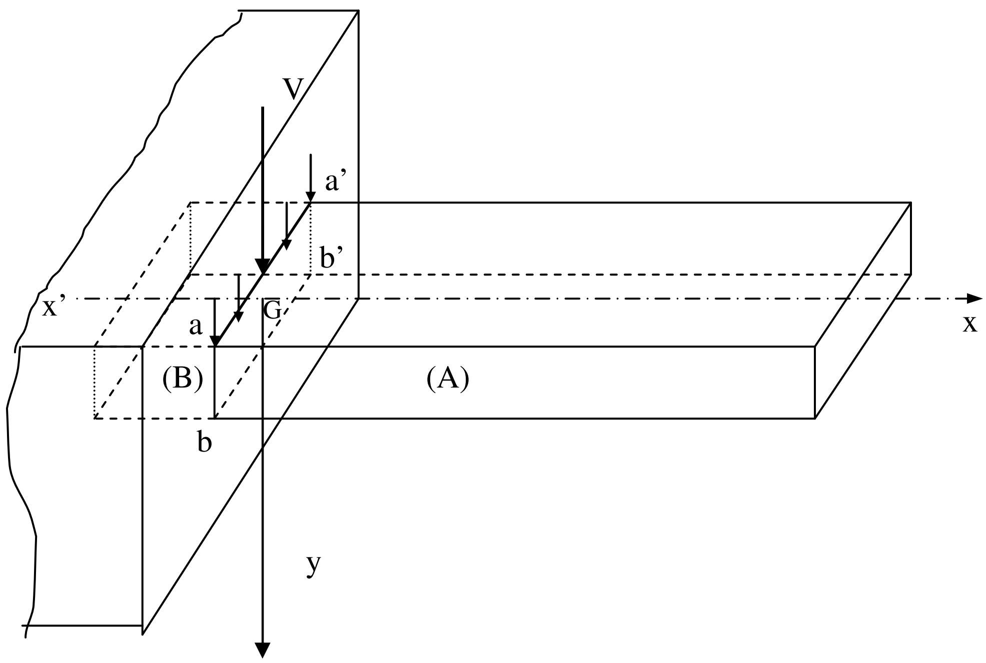
Découpage d'une tôle :



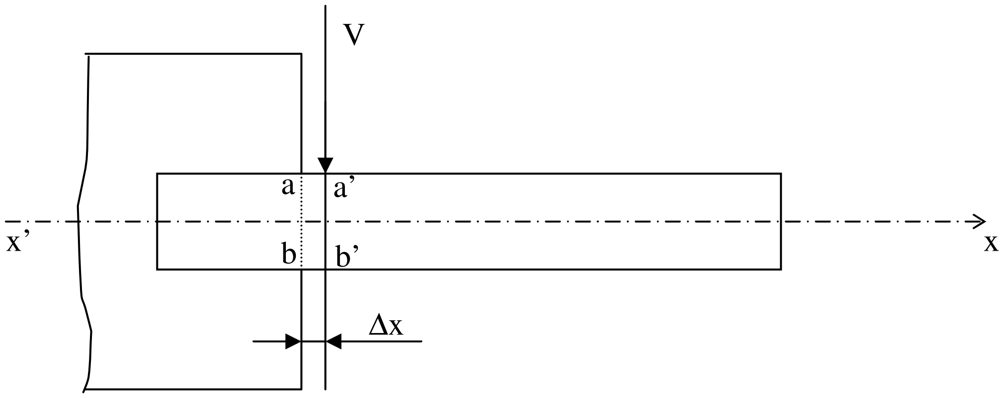
2) Contrainte tangentielle de cisaillement :

a) Essai de cisaillement :

Soit un prisme, encastré à une extrémité, auquel on applique un effort V perpendiculaire à l'axe longitudinal xx' :



L'effort V agit dans le plan de la section droite d'encastrement aa'bb' et il est supposé uniformément réparti le long de l'arête aa'. En réalité, la section aa'bb' est très voisine de V mais à gauche de son plan d'application, du fait qu'il est impossible que V s'exerce rigoureusement dans le plan d'encastrement (fig.2). (Δx très petit.)



<u>Remarque</u> : *on admet que la répartition des forces intérieures est uniforme, ce qui entraîne la répartition uniforme des contraintes.*

b) <u>Contrainte tangentielle</u> :

Mise en équilibre du tronçon (A) : La section droite S (aa'bb') sépare le prisme en deux tronçons A et B. Pour la mise en équilibre, négligeons Δx (cas idéal du cisaillement). Le tronçon A est soumis :

- à son poids, négligé devant V,
- à V, l'effort tranchant,
- à l'action du tronçon B (forces intérieures) qui se traduit par :

$$V' = \Sigma\ (\tau\ .dS) = \tau\ .\ S$$

Par projection sur Gy, on obtient : $V - \tau.S = 0$

La valeur moyenne de la contrainte tangentielle de cisaillement est :

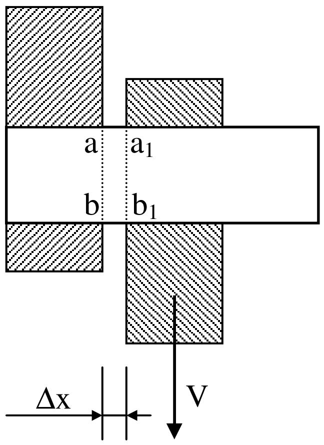
$$\boxed{\tau = \frac{V}{S}}$$

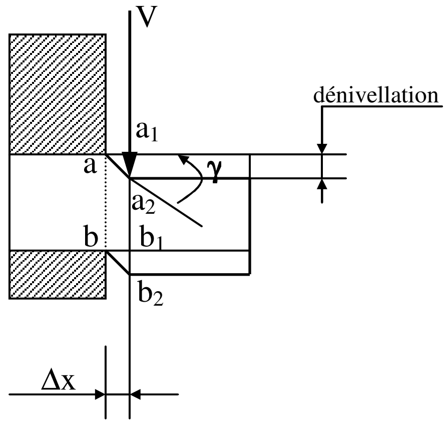
3) Etat de déformations :

L'essai de cisaillement peut être effectué comme l'indique le montage de la figure (3), l'effort V s'exerçant lentement.

Rappelons que les sections ab et a_1b_1 sont très voisines et distantes de Δx.

Après déformation, la section a_1b_1 vient en a_2b_2 et la dénivellation a_1a_2 mesure alors le glissement transversal (fig.4).





Si on admet que aa_2 reste rectiligne, on définit la déformation par le rapport :

$$\boxed{\tan\gamma = \frac{a_1a_2}{\Delta x}}$$ avec γ, angle de glissement ;

par ailleurs, puisque nous restons dans le domaine élastique, nous avons :

$\dfrac{V}{a_1a_2} = C_{te}$ (par analogie avec l'essai de traction) et $\tan\gamma \approx \gamma$

soit, $\dfrac{\frac{V}{S}}{\frac{a_1a_2}{\Delta x}} = G$, d'où $\boxed{\gamma = \dfrac{V}{G.S}}$

avec :
- V en [N]
- G en [N/mm²]
- S en [mm²]
- γ en [rd]

on peut encore écrire $\boldsymbol{\tau = G.\gamma}$ (relation analogue à $\sigma = E.\varepsilon$)

G est appelé **module d'élasticité transversale** ou **module de coulomb**

Exemples :

Pour les métaux courants, on a constaté que G = 0.4 E, par exemple :

Aciers : E = 200 000 N/mm² et G = 80 000 N/mm² ;

Fontes : E = 100 000 N/mm² et G = 40 000 N/mm² .

4) Condition de résistance :

Pour qu'une pièce résiste en toute sécurité au cisaillement, il faut que la contrainte tangentielle soit au plus égale à la résistance pratique au cisaillement τ_p.

$$\boxed{\frac{V}{S} \leq \tau_p}$$

d'après les résultats de l'essai de cisaillement, peut s'exprimer en fonction de (résistance pratique à la traction) ; par exemple :

$\tau_p = \frac{1}{2}\sigma_p$ pour les aciers doux, et mi-doux,

$\tau_p = \sigma_p$ pour les aciers très durs et pour la fonte.

N.B

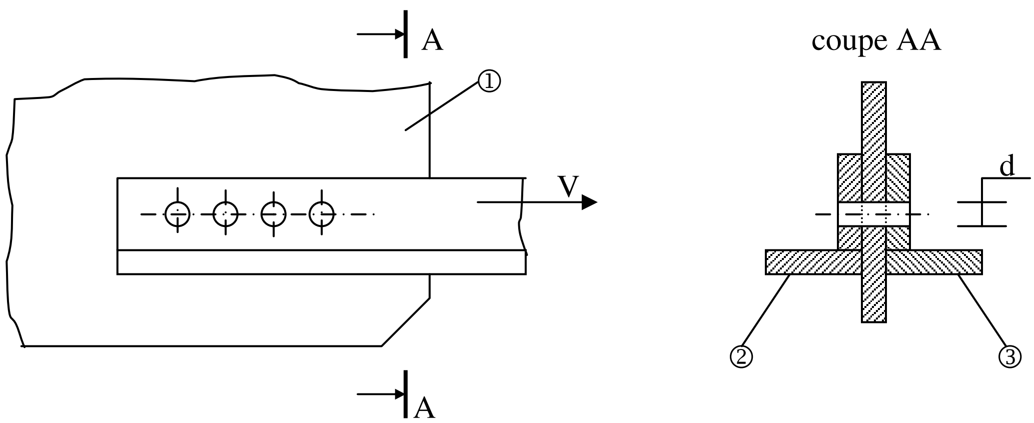
Si une pièce doit céder au cisaillement (poinçonnage), il faut que la contrainte tangentielle atteigne une valeur au moins égale à la résistance à la rupture par cisaillement τ_r :

$$\frac{V}{S} \geq \tau_r \qquad \text{ou} \qquad V \geq S.\,\tau_r$$

5) Applications :

5-1) Assemblage par rivet :

Il s'agit d'assembler les deux cornières (2) et (3) sur le gousset (1), voir figure ci-après :



V est l'effort qui s'exerce sur l'ensemble des cornières ; les rivets en acier doux ont pour diamètre d et pour résistance pratique τ_p . Déterminer le nombre de rivets. (n = ?)

Solution :

Chaque rivet a tendance à se cisailler suivant deux sections.

Condition de résistance au cisaillement : $\frac{V}{S} \leq \tau_p$

avec

$$S = 2.n.S_0$$

et

$$S_0 = \frac{\pi.d^2}{4}$$

Soit

$$n \geq \frac{V}{2.S_0.\tau_p}$$

<u>A.N :</u>

Pour V = 100 kN, d=16mm et τ_p= 70 N/mm²

On a

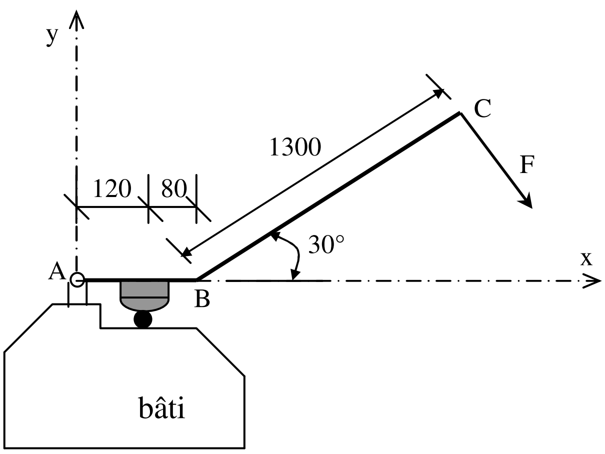
$$n \geq \frac{1.10^5}{2.\left(\frac{\pi.16^2}{4}\right)70}$$

$$n \geq 3.5$$

on prendra donc 4 rivets. $\Rightarrow \boxed{n = 4}$

5-2) <u>Cisaille à main</u> :

Soit une cisaille représentée schématiquement par la figure ci-dessous .



L'effort normal F=90 N est appliqué en C au levier coudé ABC articulé autour de l'axe A.

Déterminer la capacité de la cisaille (possibilité de couper un rond ou fil en acier mi-doux de diamètre d).

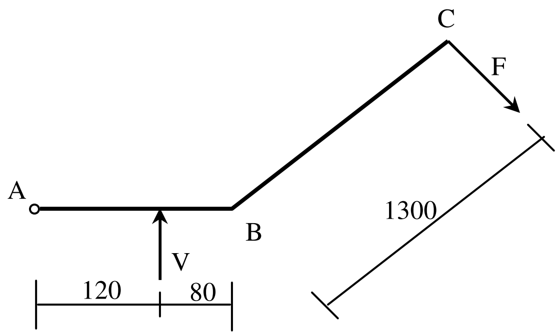
On donne la résistance à la rupture par cisaillement du rond : $\tau r = 340$ Mpa

Solution :

a-statique :

soit V l'effort appliqué du levier sur le rond (qui est égal à l'effort appliqué du bâti sur le rond).

Etudions l'équilibre du levier ABC :



$120.V - (1300 + 200\cos 30°).F = 0$

d'où $V = 1105$ N

b- diamètre du rond :

le rond doit céder sous l'action de V :

c-a-d : $\frac{V}{S} \geq \tau_r$ avec $S = \frac{\pi.d^2}{4}$

d'où : $\frac{\pi.d^2}{4} \leq \frac{V}{\tau_r}$

on trouve : $d \leq 2$mm