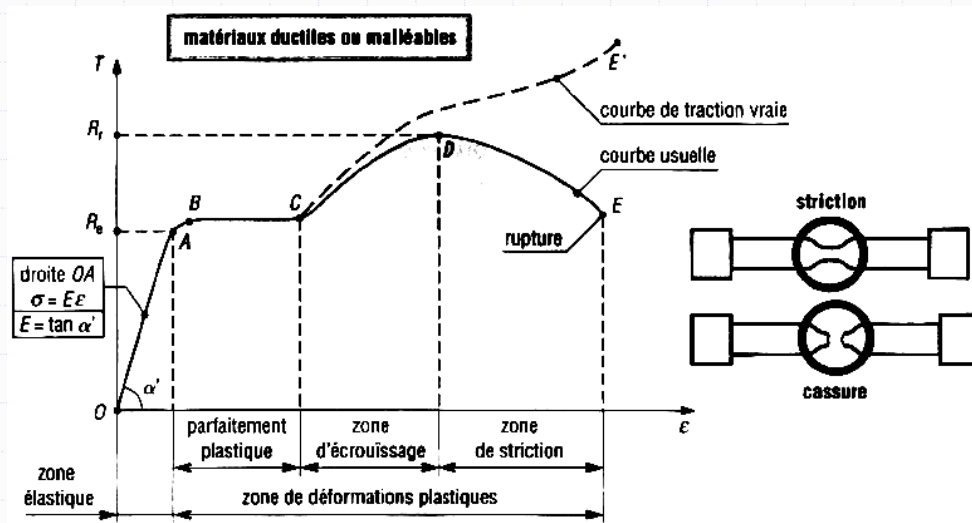


Résistance des Matériaux



IRAM
1^{ère} Baccaauréat Construction

Pierre Randour
2012-2013

Plan du cours

1. Introduction à la RdM
2. Traction et compression (N)
3. Flexion (M)
4. Effort tranchant (V)
5. Torsion (T)
6. Caractéristiques des Sections

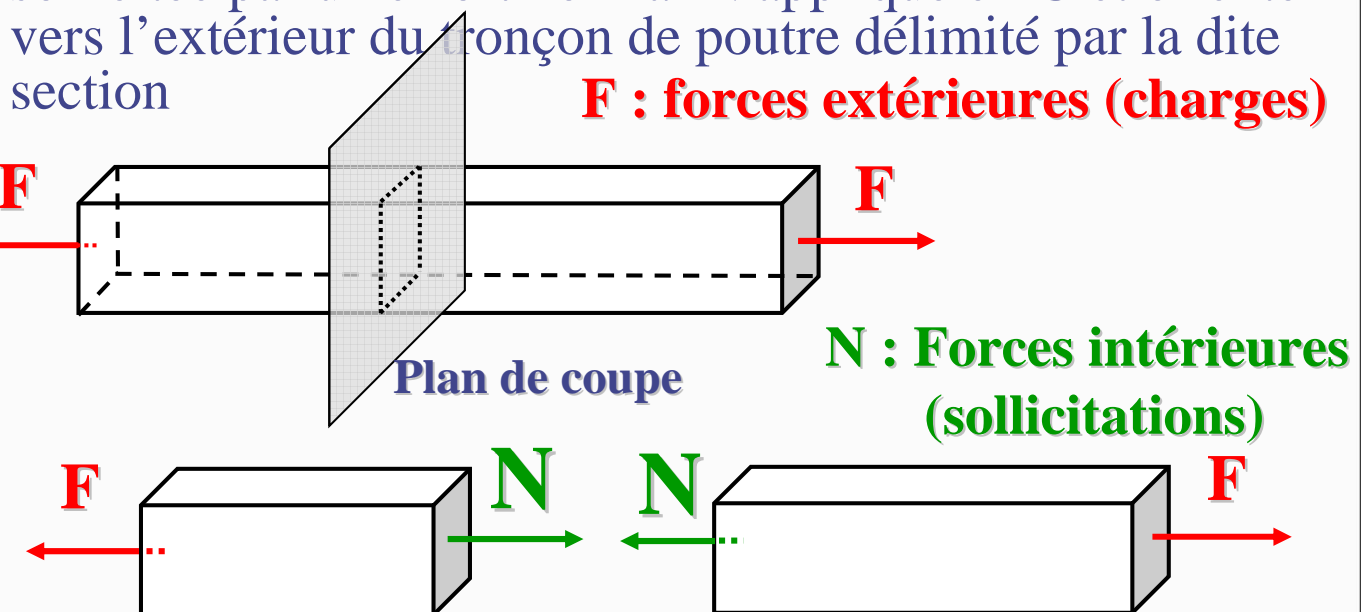
1. Introduction à la RdM
2. **Traction et compression (N)**
3. Flexion (M)
4. Effort tranchant (V)
5. Torsion (T)
6. Caractéristiques des Sections

1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

1. Définition de la traction

◆ Une section est soumise à de la traction si elle est sollicitée par un effort normal N appliqué en G et orienté vers l'extérieur du tronçon de poutre délimité par la dite section



Equilibre des tronçons : $F = N$

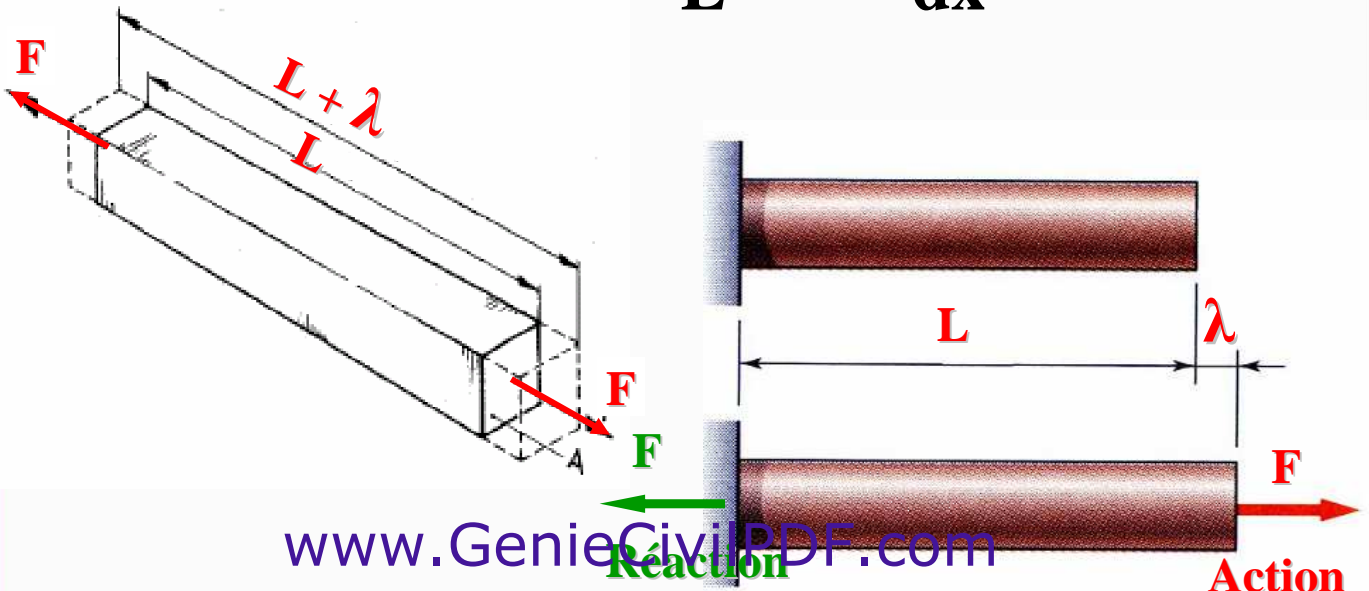
1. Définition de la traction
2. **Etude de la déformation**
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

2. Etude de la déformation

◆ Soit une pièce de longueur initiale **L** (avant mise en charge).
Soit **F**, une force axiale induisant de la traction **N**.

Déformation observée : Allongement $\Delta L = \lambda$ (mm ou cm)

Allongement unitaire :
$$\delta = \frac{\lambda}{L} = \frac{d\lambda}{dx}$$
 (sans unité)



2. Etude de la déformation

- ◆ Soit une pièce de longueur initiale L (avant mise en charge).
Soit F , une force axiale induisant de la traction N .

Déformation observée : Allongement $\Delta L = \lambda$ (mm ou cm)

Allongement unitaire : $\delta = \frac{\lambda}{L} = \frac{d\lambda}{dx}$ (sans unité)

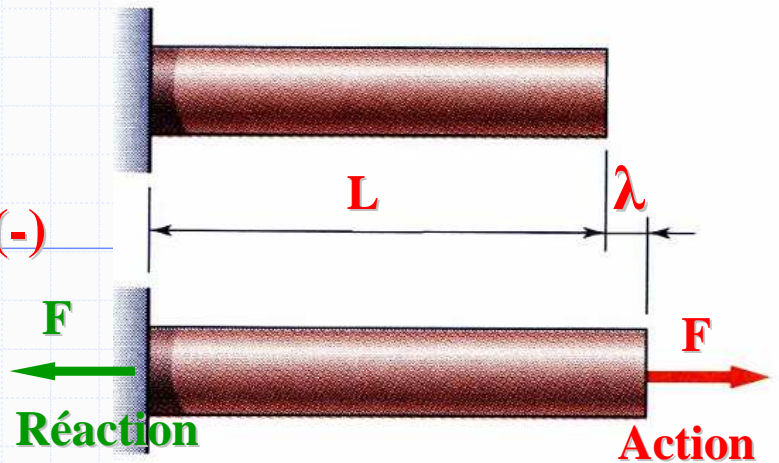
Exemple

$L = 10 \text{ cm}$

$\lambda = 2 \text{ mm (0.2 cm)}$

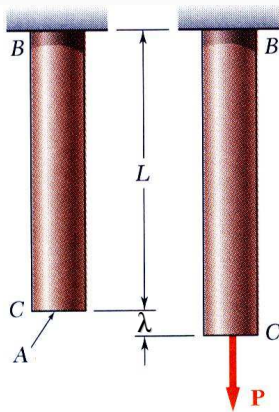
$\delta = \lambda / L = 0.2 / 10 = 0.02 (-)$

$(\delta = 2 \%)$



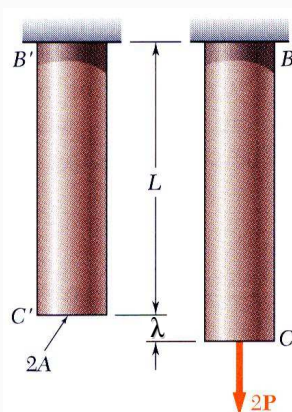
2. Etude de la déformation

- ◆ Autres exemples



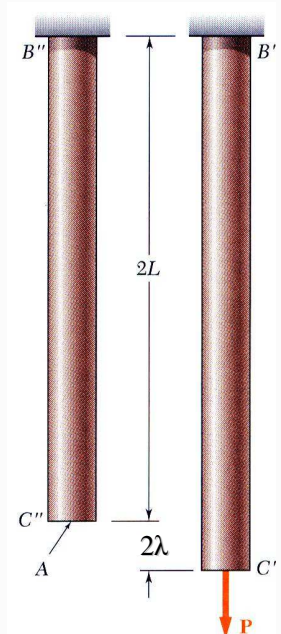
$\sigma = \frac{P}{A}$ (contrainte)

$\delta = \frac{\lambda}{L}$ (Déformation)



$\sigma = \frac{2.P}{2.A} = \frac{P}{A}$

$\delta = \frac{\lambda}{L}$

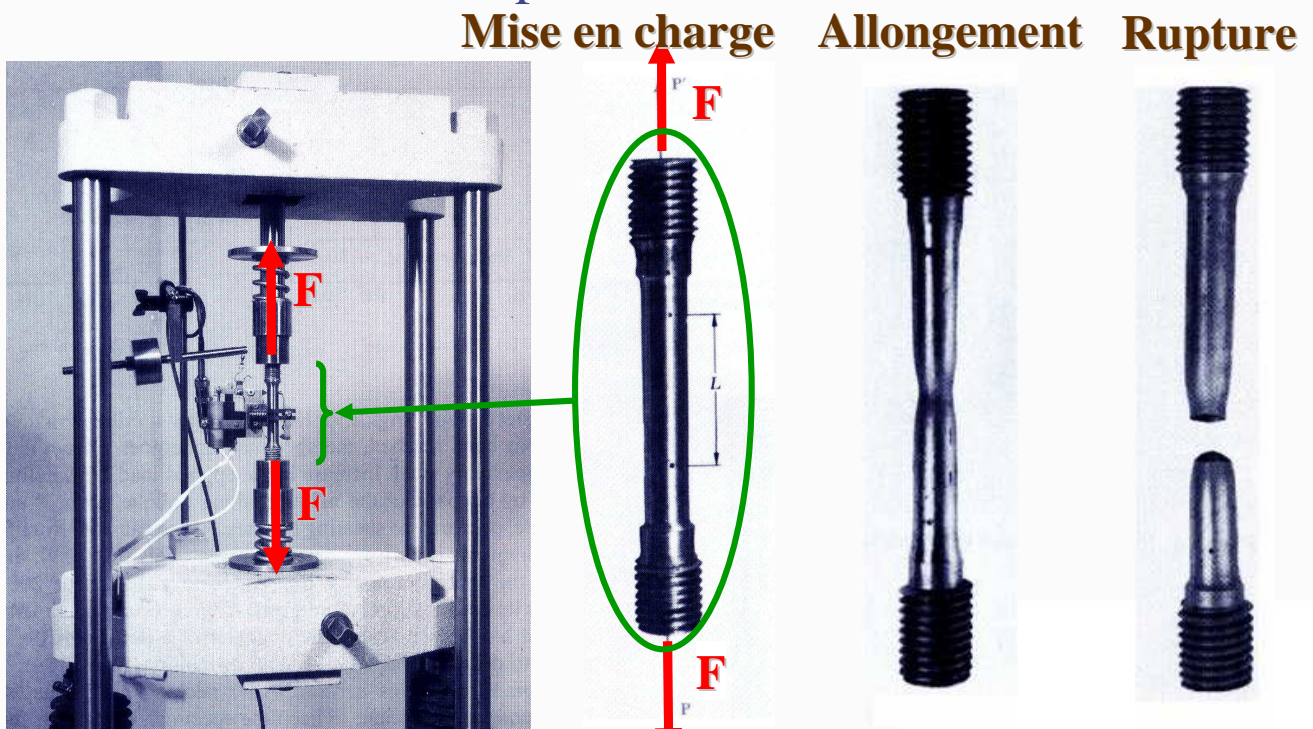


$\sigma = \frac{P}{A}$

$\delta = \frac{2.\lambda}{2.L} = \frac{\lambda}{L}$

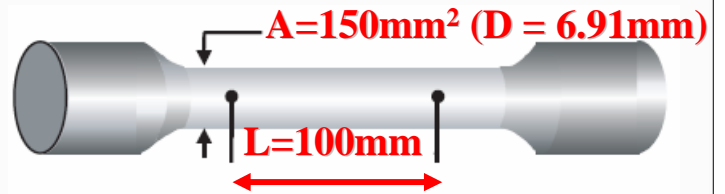
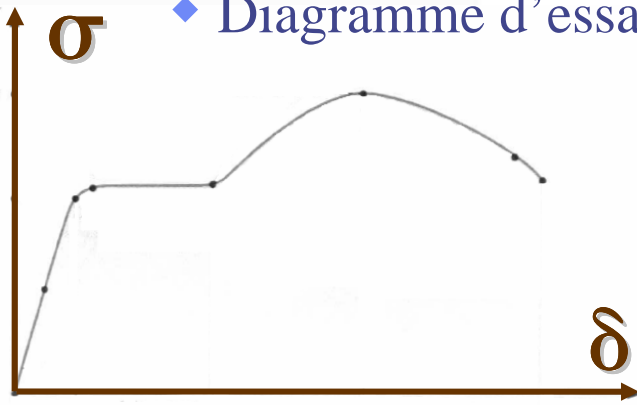
1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. **Description de l'essai de traction**
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

◆ Machine d'essais et éprouvette



3. Description de l'essai de traction

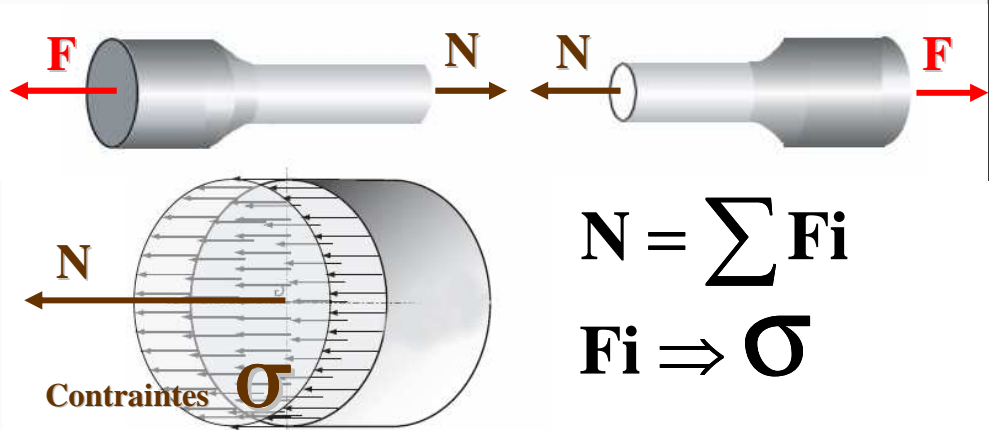
◆ Diagramme d'essais



Abcisse : $\delta = \frac{\lambda}{L} (-)$

Ordonnée :

$$\sigma = \frac{N}{A} \text{ (N / mm}^2\text{)}$$

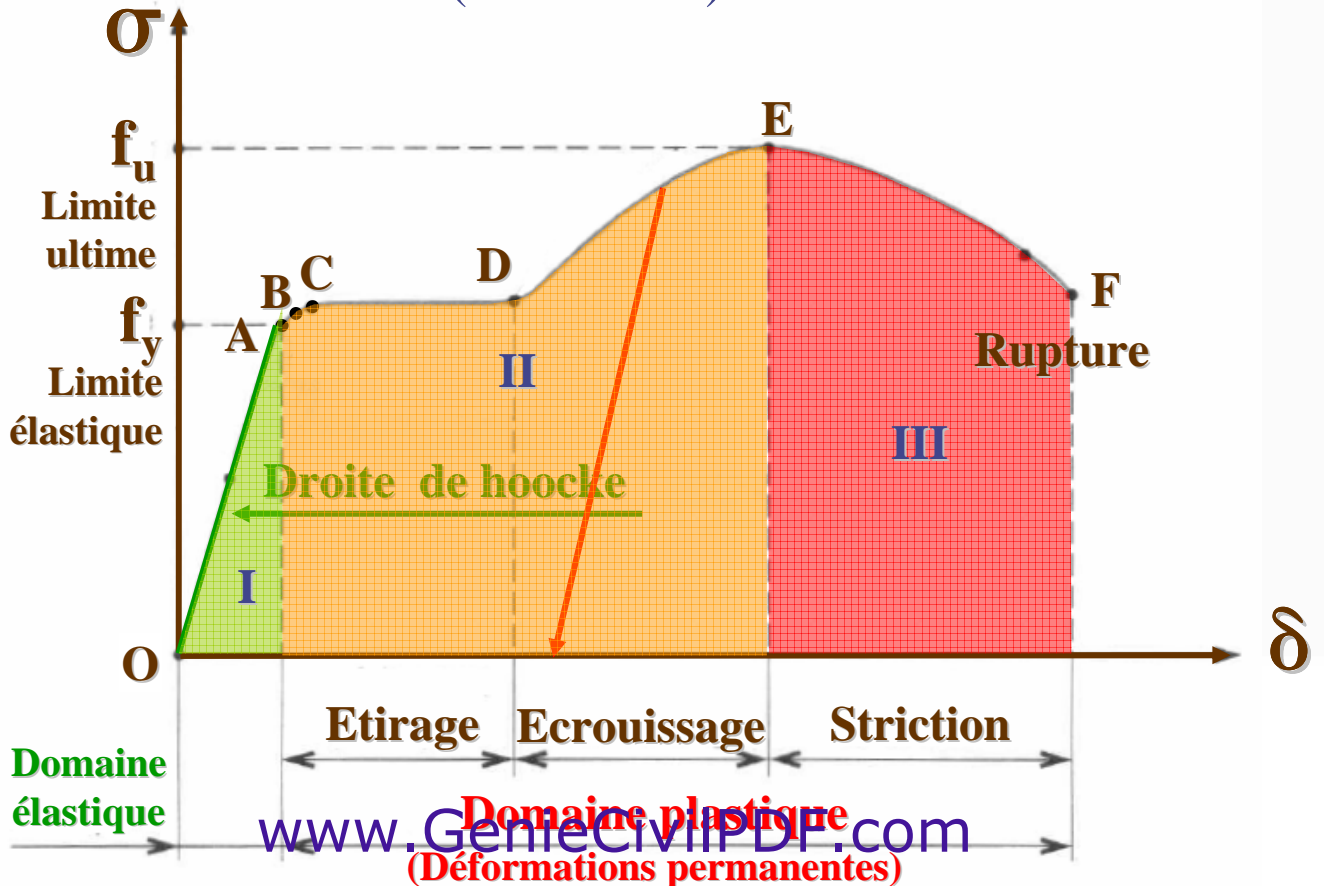


$$N = \sum F_i$$

$$F_i \Rightarrow \sigma$$

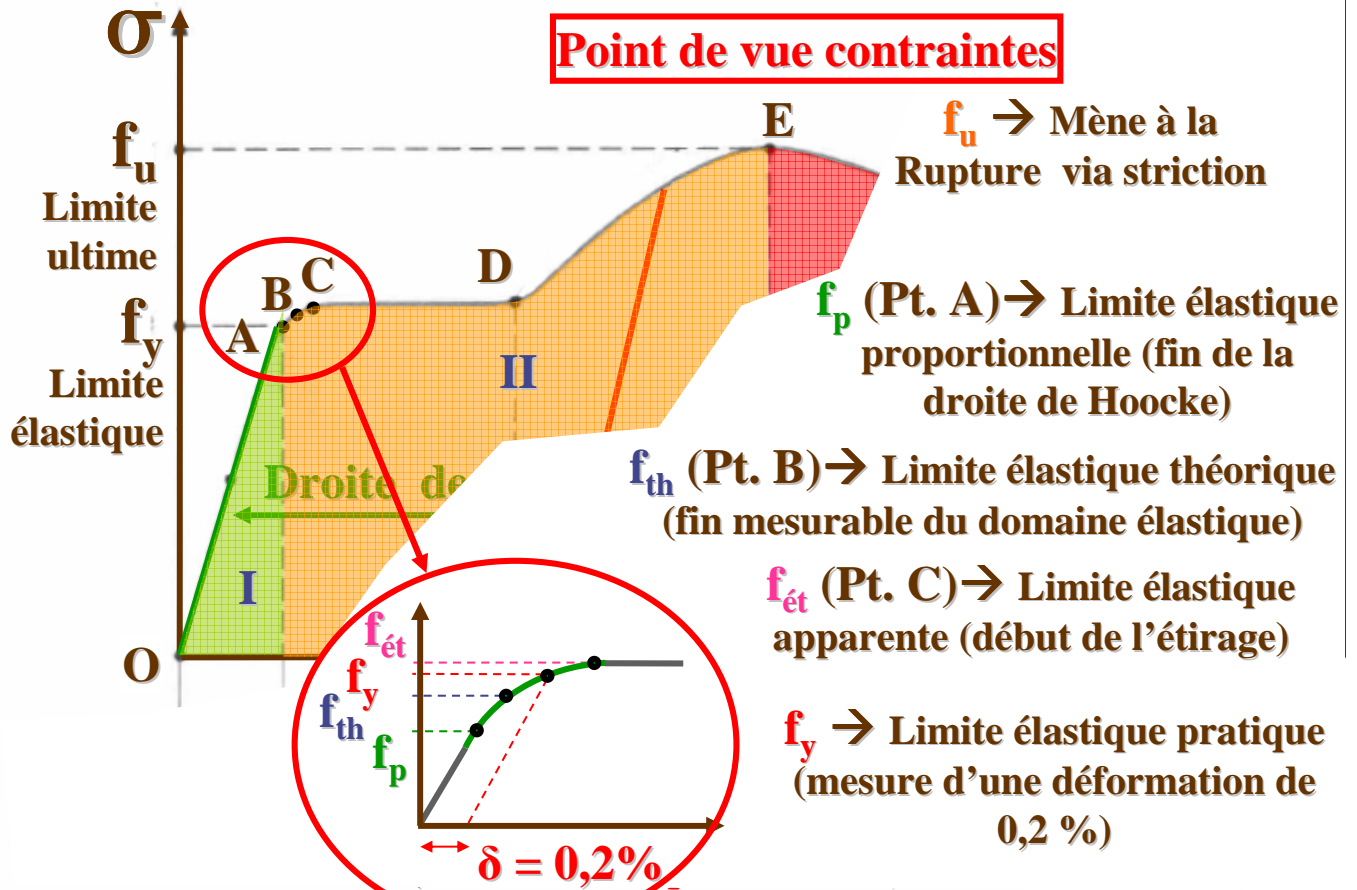
3. Description de l'essai de traction

◆ Matériaux ductiles (acier doux)



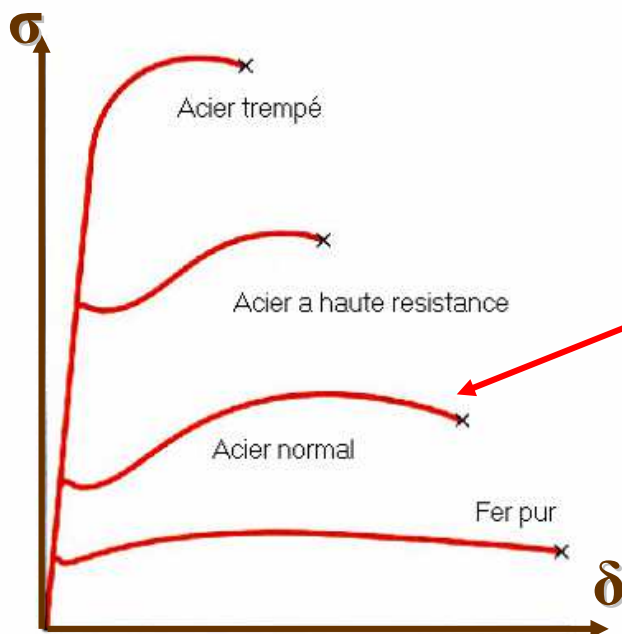
3. Description de l'essai de traction

Matériaux ductiles (acier doux)



3. Description de l'essai de traction

Matériaux ductiles (acier doux)



Acier normal = Acier doux

S235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

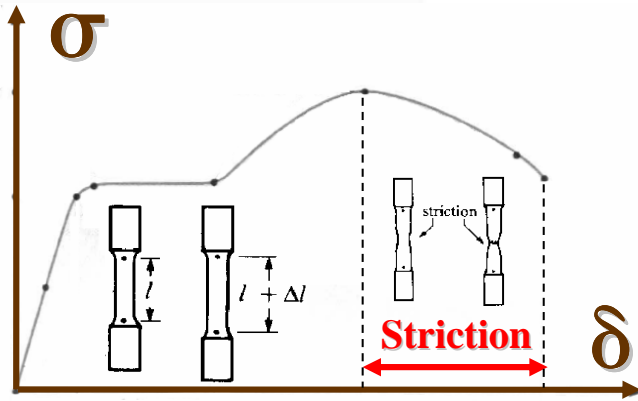
S355

$$f_y = 355 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 470 \text{ N/mm}^2$$

3. Description de l'essai de traction

Matériaux ductiles (acier doux)



Principe de la striction

La section A diminue
Alors que δ augmente

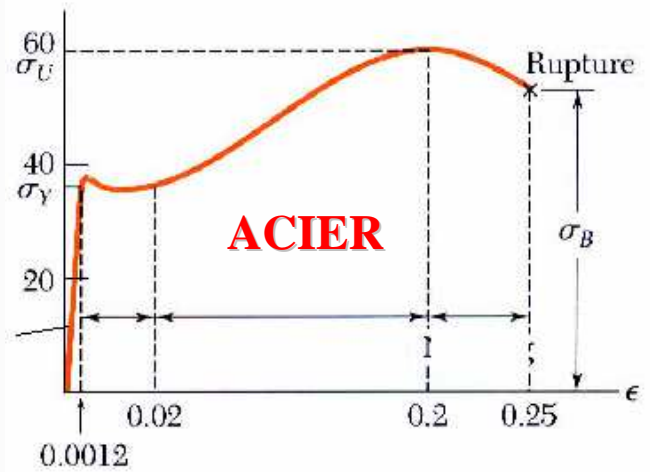
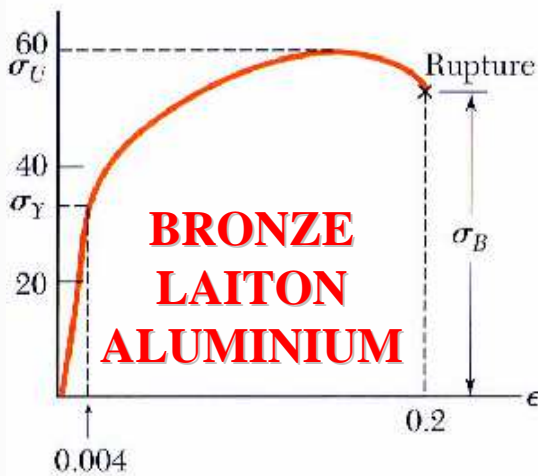
L'effort appliqué ne peut plus être maintenu et chute fortement

Les contraintes diminuent donc

$$\sigma = \frac{N}{A} \Rightarrow \sigma$$

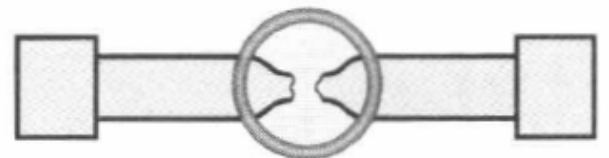
3. Description de l'essai de traction

Matériaux ductiles autres que l'acier



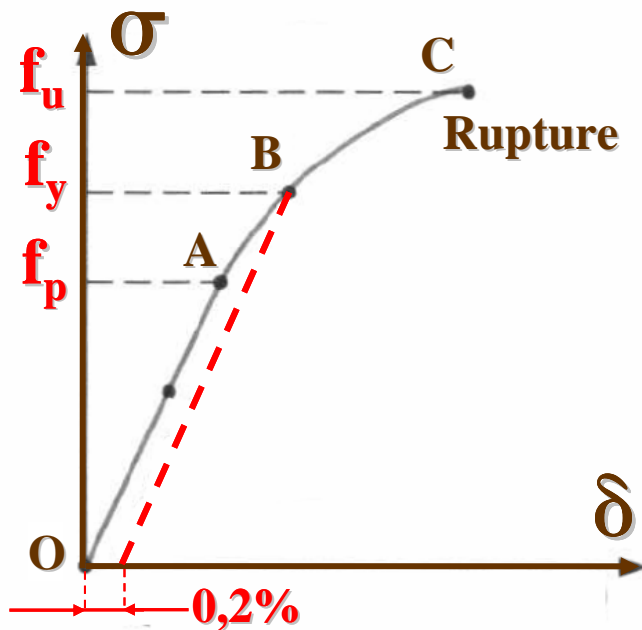
Observations :

- Pas de zone d'étirage
- Même cassure que l'acier (à 45°)



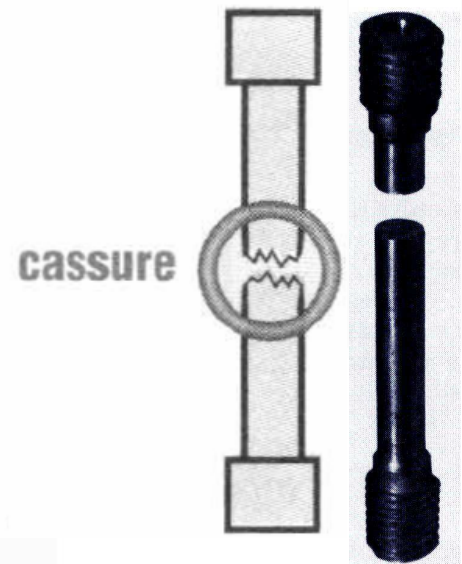
3. Description de l'essai de traction

- ♦ Matériaux raides (bois, fonte, pierre, béton NA)



Observations:

- Pas d'étirage
- Pas de striction
- Cassure nette (à 90°)



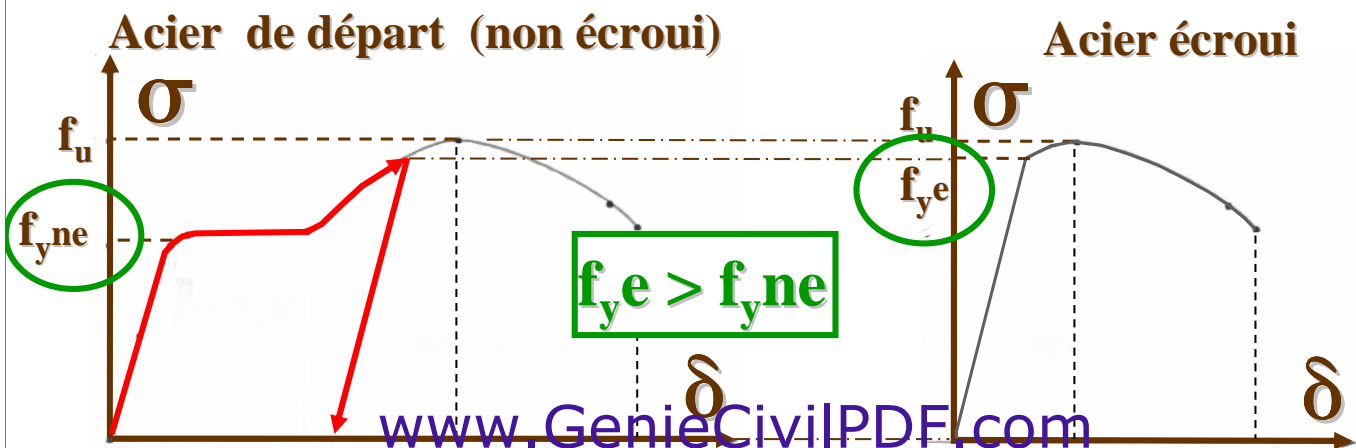
3. Description de l'essai de traction

- ♦ L'écrouissage

But : augmenter la limite élastique f_y d'un acier

Principe :

- Etirer l'acier le plus loin possible dans le domaine plastique sans dépasser la limite f_u et relâcher ensuite.
- On obtient un acier écroui avec une nouvelle courbe.
- La droite de Hooke est plus longue et donc f_y plus grand.
- La striction est conservée mais il n'y a plus d'étirage.



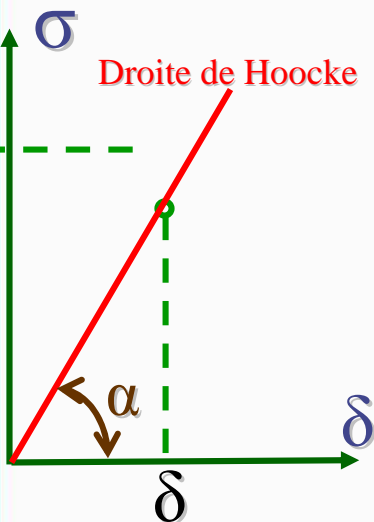
1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. **Calcul des contraintes dans le domaine élastique**
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

◆ Loi de Hooke et module d'élasticité E

La contrainte σ et la déformation δ varient proportionnellement

$$\sigma = E \cdot \delta \quad \leftarrow \text{Equation du 1er degré (} y = a \cdot x + b \text{)}$$

Avec : $y \rightarrow \sigma$, la contrainte
 $x \rightarrow \delta$, la déformation
 $a \rightarrow E$, le module d'élasticité longitudinal
 $b = 0$ (passage par l'origine)



E est calculé par le relation $E = \frac{\sigma}{\delta}$

E correspond au coefficient angulaire de la droite

E correspond à la tangente de l'angle α

E s'exprime en N/mm^2

◆ Loi de Hooke et module d'élasticité E

- ◆ Sous une même charge axiale (traction), chaque matériau s'allonge d'une valeur différente.
- ◆ Chaque matériau possède donc un module d'élasticité différent.
- ◆ Exemples (valeurs moyennes)

$$E_{\text{tungstène}} = 420.000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{\text{acier}} = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{\text{fonte}} = 100.000 \text{ N/mm}^2$$

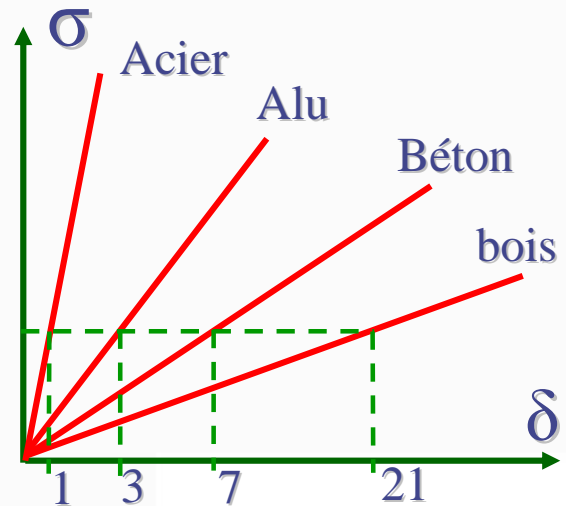
$$E_{\text{alu}} = 70.000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{\text{verre}} = 70.000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{\text{béton}} = 30.000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{\text{bois}} = 10.000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{\text{élastomère}} = 30 \text{ N/mm}^2$$



Pour une force (contrainte) donnée, l'alu se déforme 3x plus que l'acier
le béton, 7 x plus que l'acier
le bois, 21 x plus que l'acier

◆ Loi de Hooke et module d'élasticité E

E → Module d'élasticité longitudinal

E → Module de Young

Thomas Young (1773 – 1829)

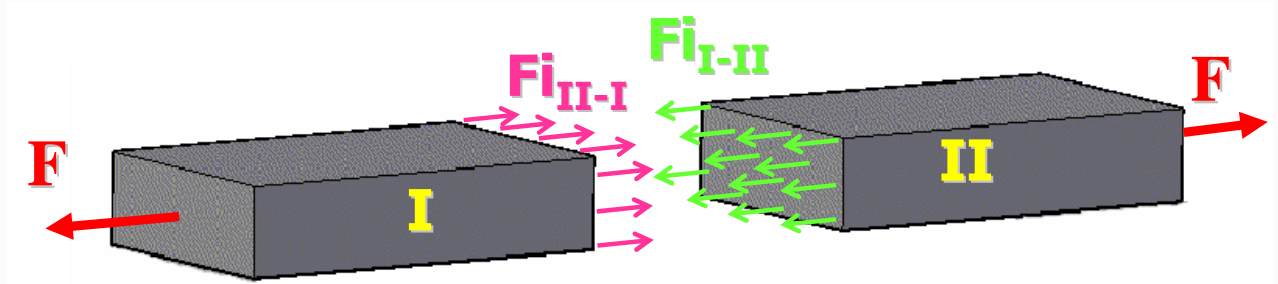
- ◆ Physicien, médecin et égyptologue anglais.
- ◆ Découverte en optique : expliqua la nature ondulatoire de la lumière.
- ◆ Découverte en médecine : trouva une explication physiologique à la vision colorée.
- ◆ Contribua au déchiffrement des hiéroglyphes au moyen de la pierre de Rosette.
- ◆ Traité d'élasticité relatif à la déformation des corps solides.



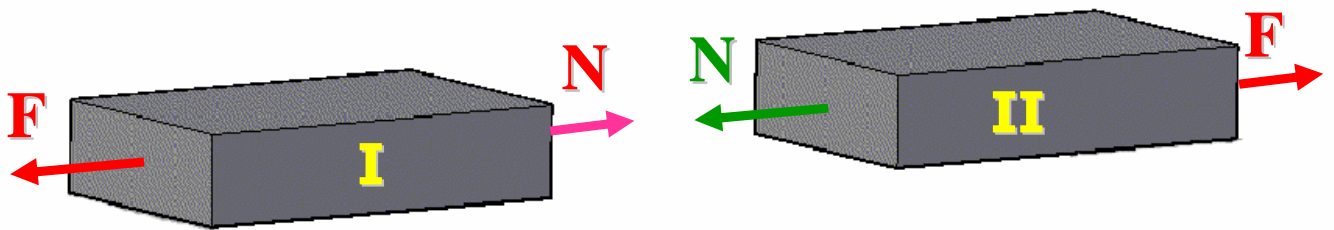
Thomas Young
(1773-1829)

4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique

- ◆ La contrainte σ fonction de N et de A
 - ◆ Soit un solide soumis à une charge axiale F
 - ◆ Après coupure, chaque tronçon est équilibré par les F_i



- ◆ La somme des F_i équivaut l'effort de traction N

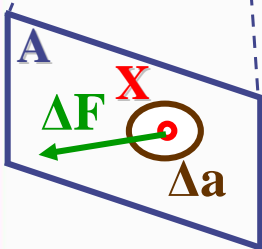
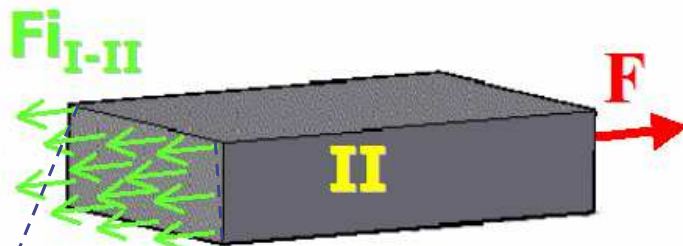


4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique

- ◆ La contrainte σ fonction de N et de A

◆ Dans le chapitre 1, on a défini la contrainte en un point X .

◆ En traction, \mathbf{t} se limite à la contrainte normale σ .



$$\lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta a} = \frac{dF}{da} = \vec{t} = \vec{\sigma} \quad \text{car } \tau = 0$$

- Force agissant sur $da \rightarrow dF = \sigma \cdot da$
- Force agissant sur $A \rightarrow \int_A dF = \int_A \sigma \cdot da$
 $\rightarrow \sum F_i = \sigma \cdot A$

or $\sum F_i = N \Rightarrow N = \sigma \cdot A \Rightarrow \sigma = \frac{N}{A}$

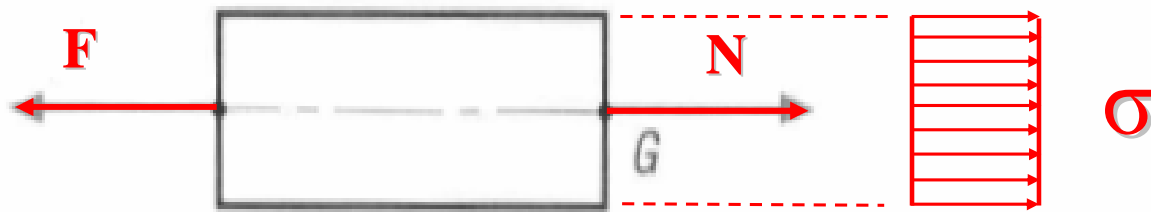
- ♦ La contrainte σ fonction de N et de A

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Avec :

- $N \rightarrow$ effort normal de traction (N)
- $A \rightarrow$ aire de la section (mm^2)
- $\sigma \rightarrow$ contrainte de traction (N/mm^2)

N et A étant constants, σ est également constant en tout point de la section \Rightarrow **Le diagramme des σ est un rectangle**



- ♦ Lien entre les contraintes σ et l'allongement λ

- 3 relations sont déjà connues :

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad \sigma = E \cdot \delta \quad \delta = \frac{\lambda}{L}$$

- Après remplacement, on obtient :

$$\frac{N}{A} = E \cdot \frac{\lambda}{L}$$

Et donc :

$$\lambda = \frac{N \cdot L}{E \cdot A}$$

Avec : $N \rightarrow$ effort normal de traction (N)

$A \rightarrow$ aire de la section (mm^2)

$L \rightarrow$ longueur de la pièce (mm)

$E \rightarrow$ module de young (N/mm^2)

$\lambda \rightarrow$ Allongement de la pièce (mm)

1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. **Condition de résistance**
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

◆ Calcul à la rupture

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq f_u$$

Contrainte de traction \leq Limite ultime

Remarques :

- On accepte de faire travailler le matériau dans le domaine plastique (domaine des déformations permanentes)
- DANGEREUX car on est proche de la rupture.

Utilisations :

- Jamais pour dimensionner un élément de structure.
- Calcul d'un effort de rupture (découpage de tôle)

◆ Calcul à la limite élastique

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq f_y$$

Contrainte de traction \leq Limite élastique

Remarques :

- On reste dans le domaine élastique (Déformations non permanentes)
- En cas de surcharge inattendue, on rentre dans le domaine plastique.

Utilisation :

- Rarement pour dimensionner un élément de structure.
- Calcul d'un effort permettant de conserver une déformation (pliage de tôle)

MAIS : f_y étant déterminé expérimentalement, il n'est jamais connu très précisément. Donc ...

1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. **Coefficient de sécurité**
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

- ◆ But : tenir compte d'une certaine incertitude

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq f_d = \frac{f_y}{\gamma} \quad \text{avec : } f_d \rightarrow \text{Contrainte admissible en traction}$$

$f_y \rightarrow$ limite élastique

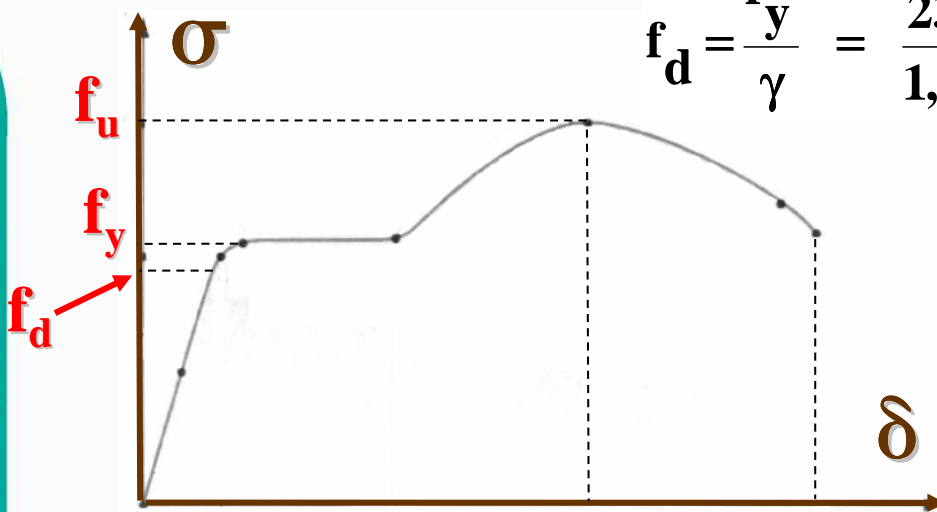
$\gamma \rightarrow$ coefficient de sécurité

- ◆ $\gamma > 1$ (sans unité)
- ◆ γ dépend de la nature du matériau
(γ acier = 1,10 - γ béton = 1,50 - γ bois = 2,00)

- ◆ Remarque : D'autres coefficient de sécurité sont liés :
 - ◆ Aux types de charges : statiques, mobiles, exceptionnelles (séisme, tsunami, explosion, collision, ...);
 - ◆ Aux types de sections : simples ou assemblées;
 - ◆ Aux contrôles lors de la fabrication et de la mise en œuvre.

- ◆ Exemple : Acier doux S235

$$f_d = \frac{f_y}{\gamma} = \frac{235}{1,10} = 213.6 \text{ N/mm}^2$$

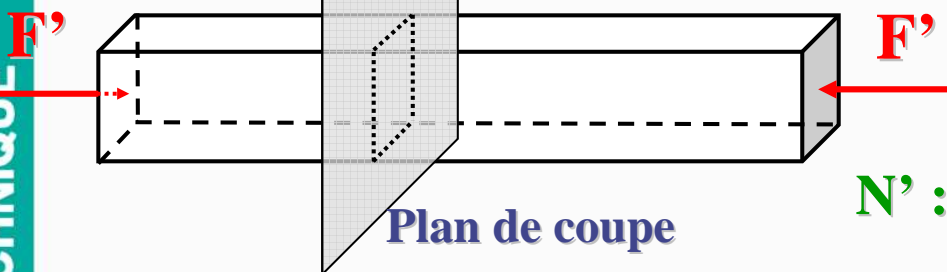


- limite ultime $f_u = 360 \text{ N/mm}^2$
- limite élastique $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$
- coefficient de sécurité $\gamma = 1.10$

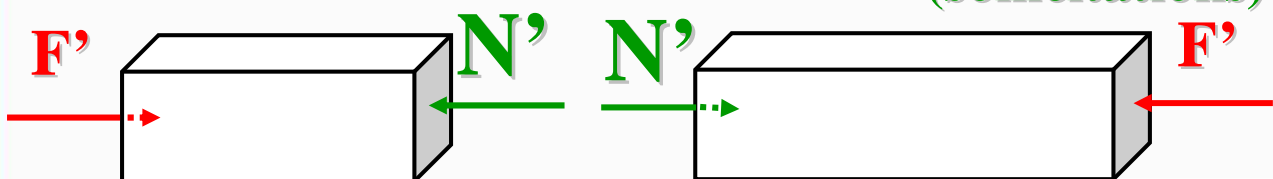
1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. **Définition de la compression**
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

◆ Une section est soumise à de la compression si elle est sollicitée par un effort normal N' appliqué en G et orienté vers l'intérieur du tronçon de poutre délimité par la dite section

F' : forces extérieures (charges)



N' : Forces intérieures (sollicitations)



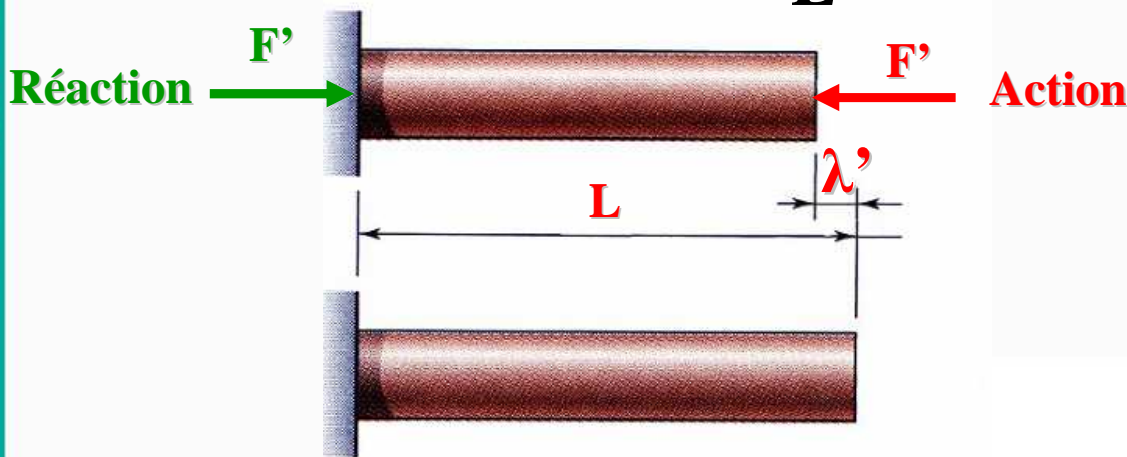
Equilibre des tronçons : $F' = N'$

7. Définition de la compression

- ◆ Soit une pièce de longueur initiale L (avant mise en charge). Soit F' , une force axiale induisant de la Compression N' .

Déformation observée : Raccourcissement $\Delta L = \lambda'$ (mm ou cm)

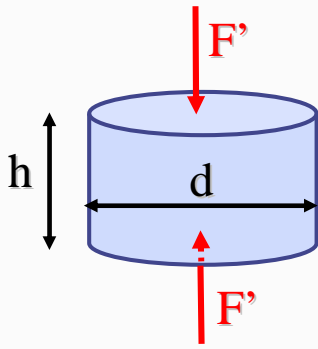
Raccourcissement unitaire : $\delta' = \frac{\lambda'}{L}$ (sans unité)



Chapitre 2 : Traction et Compression N

1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. **Description de l'essai de compression**
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

◆ Eprouvette cylindrique



De façon à éviter le flambage (instabilité), l'aire de la section doit être égale au carré de la hauteur.

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} = h^2 \quad \rightarrow \quad d = 1,13h$$

◆ Résultats d'essais

- ◆ Acier → isorésistant : $f_y' = f_y = 235 \text{ N/mm}^2$ (Acier S235)
- ◆ Béton → Compression : $f_y' = 30 \text{ N/mm}^2$
→ Traction : $f_y = 3 \text{ N/mm}^2$ (10 % de la compression)
- ◆ Bois → Traction : $f_y = 20 \text{ N/mm}^2$
→ Compression : $f_y' = 10 \text{ N/mm}^2$ (50 % de la traction)

1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. **Formules relatives à la compression**
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

- ◆ Formules identiques à celles de la traction mais avec l'indice « ' » pour certains paramètres.
- ◆ Point de vue **contrainte** :

$$\sigma' = \frac{N'}{A} \leq f'_d \quad \sigma' = E \cdot \delta' \leq f'_d$$

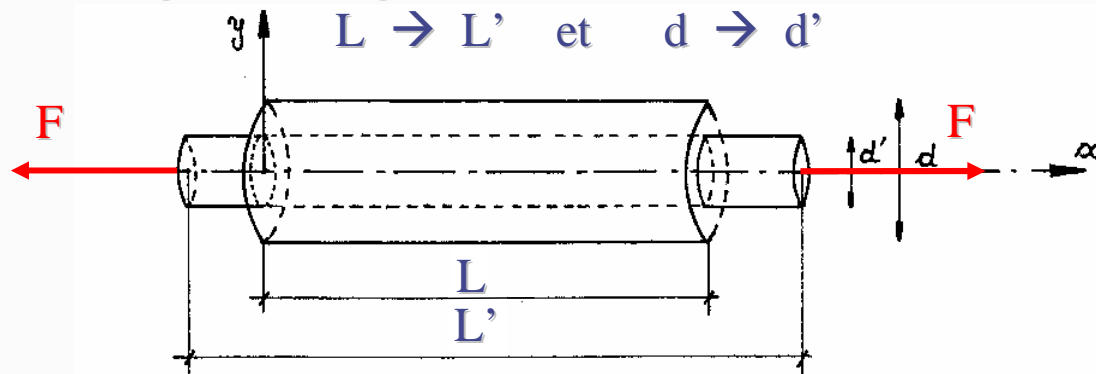
- ◆ Point de vue **déformation** :

$$\lambda' = \frac{N' \cdot L}{E \cdot A} \quad \delta' = \frac{\lambda'}{L}$$

- ◆ Les paramètres A, L et E sont non indicés car indépendants du type d'effort

1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. **Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson**
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

- ◆ Mise en traction d'un cylindre :
Allongement longitudinal et contraction transversale



Soient $\delta_X \rightarrow$ Allongement longitudinal unitaire
 $\delta_Y \rightarrow$ Contraction transversale unitaire

On a que $\delta_Y = -\eta \cdot \delta_X$ avec η coefficient de poisson

De plus $\sigma_X = E \cdot \delta_X \rightarrow \delta_X = \frac{\sigma_X}{E}$

Donc $\delta_Y = -\eta \cdot \frac{\sigma_X}{E}$

- ◆ Siméon Denis Poisson (1781 – 1840)

- ◆ Mathématicien, géomètre et physicien français.
- ◆ Nombreuses contributions dans les domaines de l'électricité et du magnétisme.
- ◆ Traité de mécanique (1811-1833). Elasticité : découverte du coefficient qui porte son nom.
- ◆ Mathématiques : Intégrales, séries de Fourier, statistiques (loi de Poisson).



- ◆ Variation unitaire de volume

- ◆ soit V le volume initial (avant mise en charge)
- ◆ Soit V' le volume final (après déformation)

$$\frac{V' - V}{V} = \delta_X \cdot (1 - 2\eta)$$

◆ Valeurs limites de η

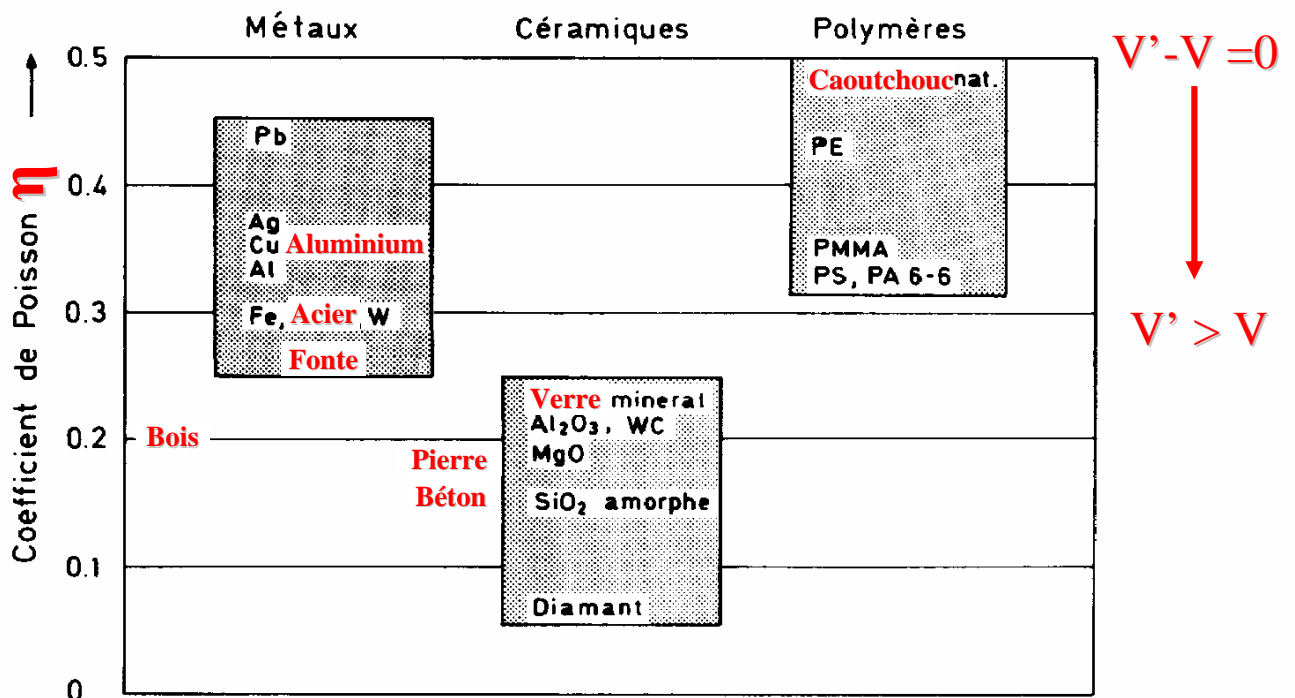
- ◆ On constate que $V' > V$ (vrai pour tous les matériaux)
donc $\delta_X \cdot (1-2.\eta) \geq 0$
- ◆ De plus $\delta_X > 0$ étant donné l'allongement en traction
donc $(1-2.\eta) \geq 0 \rightarrow \eta \leq 1/2$

Le coefficient de poisson de la plupart des matériaux est compris entre 0 et 0,5

◆ Valeurs du coefficient de poisson η

- ◆ Caoutchouc $\rightarrow 0,50$ Aluminium $\rightarrow 0,35$
- ◆ Acier $\rightarrow 0,30$ Fonte $\rightarrow 0,25$
- ◆ Pierre $\rightarrow 0,20$ Béton $\rightarrow 0,15$
- ◆ Bois (pin) $\rightarrow 0,20$ Verre $\rightarrow 0,25$

◆ Valeurs du coefficient de poisson η à 20°C



◆ **En compression ...**

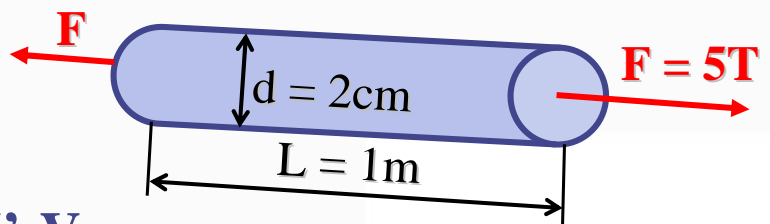
- ◆ Raccourcissement longitudinal
- ◆ Dilatation transversale

◆ Phénomène semblable à celui de la traction → $\eta' = \eta$

◆ **Exercice : soit le cylindre ci-dessous en acier S235 soumis à un effort axial.**

Calculer :

- ◆ σ
- ◆ λ_x et λ_y
- ◆ δ_x et δ_y
- ◆ V , V' et $V'-V$



1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

◆ Aspect déformation

Une variation de température induit un changement de longueur et donc des déformations thermiques. Si le solide est libre de se déformer, alors aucune contrainte n'est induite par cette déformation.

Principe physique $\rightarrow \delta_T = \alpha \cdot \Delta T$

Or $\delta_T = \frac{\lambda_T}{L} \rightarrow \lambda_T = \delta_T \cdot L$

Equation du
1er degré
($y = a \cdot x + b$)
Avec $b = 0$

donc $\lambda_T = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$

avec $\lambda_T \rightarrow$ Variation de longueur (mm)
 $\delta_T \rightarrow$ Variation de longueur unitaire (-)
 $\Delta T \rightarrow$ Variation de température ($^{\circ}\text{C}$)
 $\alpha \rightarrow$ coefficient de dilatation ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

◆ Aspect déformation

$$\lambda_T = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

Valeur du coefficient de dilatation α :

- Acier $\rightarrow 0,000012 \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
- Cuivre $\rightarrow 16 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
- Aluminium $\rightarrow 24 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
- Verre $\rightarrow 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
- Bois $\rightarrow 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
- Béton $\rightarrow 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$

Idem
(béton armé)

Exercice 1 : De combien s'allonge un rail d'acier de 12 m de long suite à une variation de température de 30°C ?

Exercice 2 : Idem avec un rail en aluminium

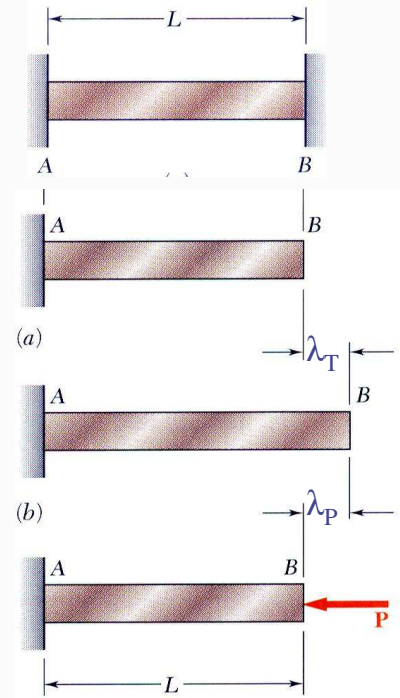
◆ Aspect contrainte

Des contraintes σ apparaissent dans un solide soumis à une variation de température et empêché de se déformer (bloqué à ses deux extrémités).

On sait que $\sigma = E \cdot \delta$

Or $\delta_T = \alpha \cdot \Delta T$

donc $\sigma = \alpha \cdot E \cdot \Delta T$



avec $\sigma \rightarrow$ contrainte induite (N/mm^2)

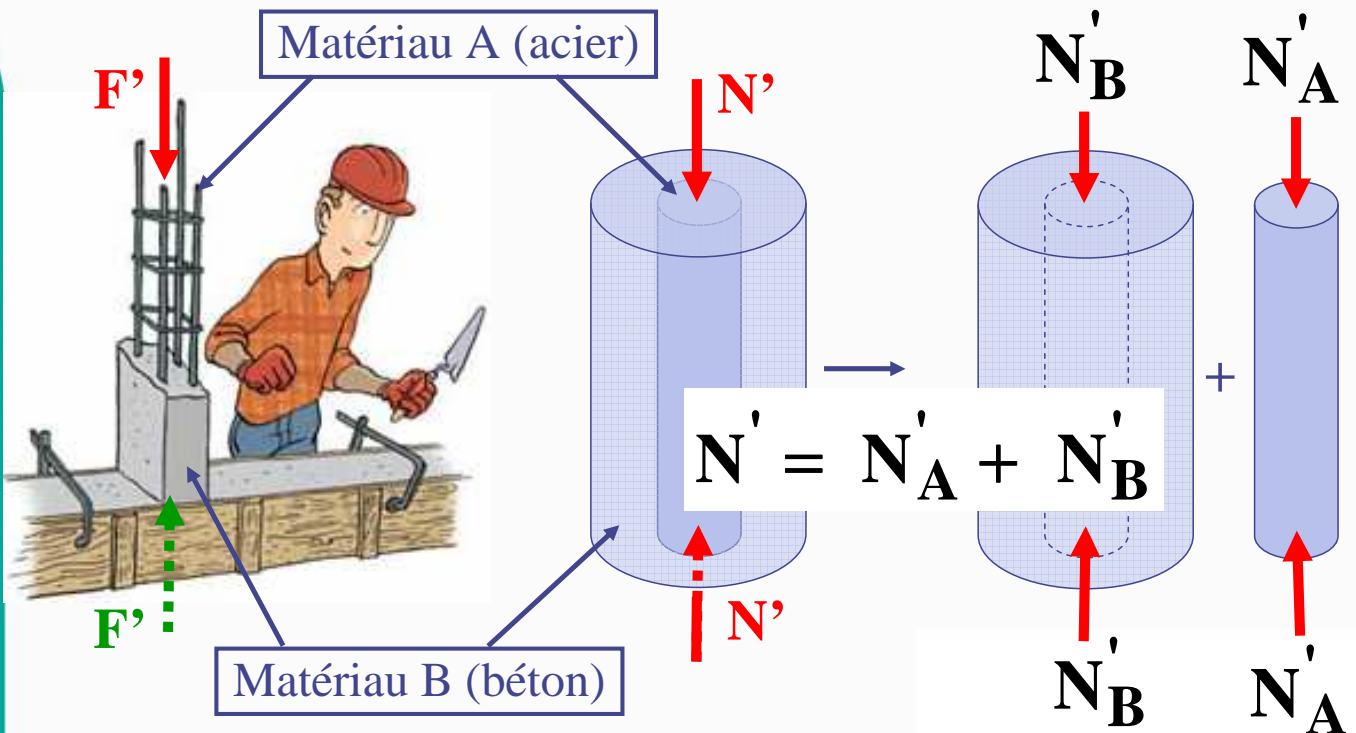
$E \rightarrow$ Module d'élasticité du matériau (N/mm^2)

$\Delta T \rightarrow$ Variation de température ($^\circ\text{C}$)

$\alpha \rightarrow$ coefficient de dilatation ($^\circ\text{C}^{-1}$)

1. Définition de la traction
2. Etude de la déformation
3. Description de l'essai de traction
4. Calcul des contraintes dans le domaine élastique
5. Condition de résistance
6. Coefficient de sécurité
7. Définition de la compression
8. Description de l'essai de compression
9. Formules relatives à la compression
10. Contraction et dilatation transversales – coefficient de poisson
11. Effet de la température
12. Traction/Comp. de pièces composées de plusieurs matériaux

◆ **Modélisation d'une colonne en béton armé**



◆ **Aspect Déformation**

Les 2 matériaux sont solidaires

→ ils se déforment de la même façon.

$$\lambda'_A = \lambda'_B \quad \text{et} \quad \delta'_A = \delta'_B$$

or $\sigma' = E \cdot \delta' \rightarrow \delta' = \frac{\sigma'}{E} \rightarrow \frac{\sigma'_A}{E_A} = \frac{\sigma'_B}{E_B}$

donc $\sigma'_A = \sigma'_B \cdot \frac{E_A}{E_B}$ et $\sigma'_B = \sigma'_A \cdot \frac{E_B}{E_A}$

avec $\sigma'_A \rightarrow$ contrainte dans le matériau A (N/mm²)
 $\sigma'_B \rightarrow$ contrainte dans le matériau B (N/mm²)
 $E_A \rightarrow$ Module d'élasticité du matériau A (N/mm²)
 $E_B \rightarrow$ Module d'élasticité du matériau B (N/mm²)

◆ Aspect efforts et contraintes

L'effort de compression N' se sépare en 2 efforts :

N'_A comprimant l'acier et N'_B comprimant le béton

$$\sigma' = \frac{N'}{A} \rightarrow N'_A = \sigma'_A \cdot A_A$$

$$\rightarrow N'_B = \sigma'_B \cdot A_B \rightarrow N'_B = \sigma'_A \cdot \frac{E_B}{E_A} \cdot A_B$$

Or $N' = N'_A + N'_B = \sigma'_A \cdot A_A + \sigma'_A \cdot \frac{E_B}{E_A} \cdot A_B$

$$N' = \sigma'_A \cdot \left(A_A + \frac{E_B}{E_A} \cdot A_B \right) = \sigma'_A \cdot \left(\frac{E_A \cdot A_A + E_B \cdot A_B}{E_A} \right)$$

◆ Aspect efforts et contraintes

On obtient ainsi :
$$\sigma'_A = \frac{N' \cdot E_A}{E_A \cdot A_A + E_B \cdot A_B}$$

et
$$\sigma'_B = \frac{N' \cdot E_B}{E_A \cdot A_A + E_B \cdot A_B}$$

- avec
- $\sigma'_A \rightarrow$ contrainte dans le matériau A (N/mm²)
 - $\sigma'_B \rightarrow$ contrainte dans le matériau B (N/mm²)
 - $E_A \rightarrow$ Module d'élasticité du matériau A (N/mm²)
 - $E_B \rightarrow$ Module d'élasticité du matériau B (N/mm²)
 - $A_A \rightarrow$ Aire de la section du matériau A (mm²)
 - $A_B \rightarrow$ Aire de la section du matériau B (mm²)
 - $N' \rightarrow$ l'effort de compression appliqué à toute la section (N)

The End