

# ETUDE TECHNIQUE

## CALCUL ET DIMENSIONNEMENT DES SILOS EN BÉTON ARMÉ ET EN BÉTON PRÉCONTRAIT



# Sommaire

---

- ▶ Silos
- ▶ Magasins de stockage et silos réservoirs
- ▶ Calcul en béton armé
- ▶ Calcul en Béton Précontraint
- ▶ Exemple de calcul

# Silos

# Silos

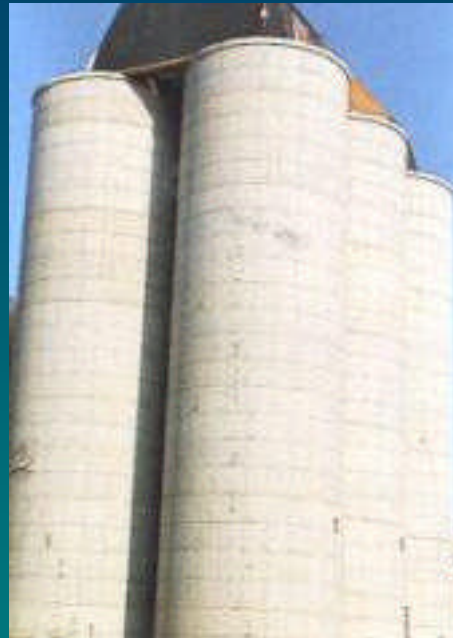
---

- les « silos » proprement dit
- les « magasins de stockages »
- les « silos- réservoirs »

# Silos

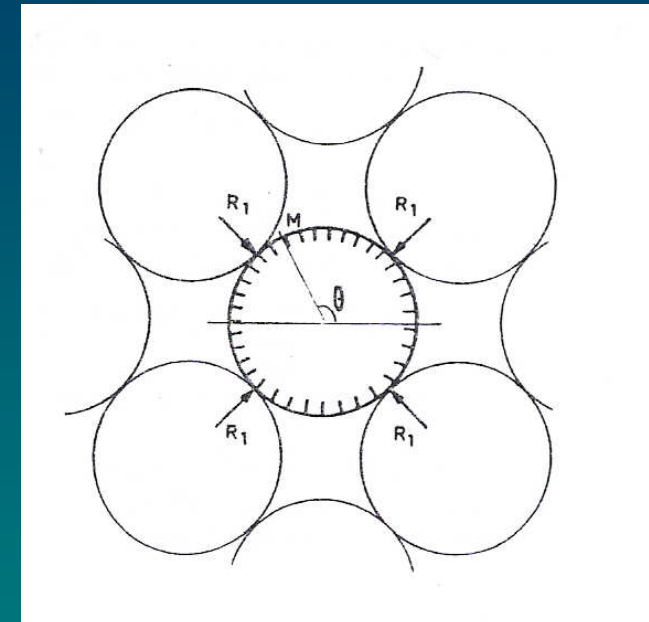


Silo isolé



batterie

plusieurs cellules sont accolées



as de carreau

Quatre cellules circulaires accolées isolent entre elles une cellule

# Règlements

Formule dite de Koenen-Janssen  
(1895)

MM. Caquot et Kérisel  
(1956)

Normes allemandes  
DIN 1055-1 et - 6.(1964)

*Règles professionnelles de conception  
et de calcul des silos en béton (1975)*

« révisées en  
juillet - août 1986 »



# Règlements

---

Règles professionnelles de conception et de calcul des silos en béton Elles fixent de manière **indissociable** :

- un domaine de définition du silo
- une méthode de calcul des pressions exercées sur les parois
- des valeurs et paramètres pour l'interaction nature du produit nature de la paroi.

# Règlements

---

## Ces Règles s'appliquent:

- ❖ uniquement aux produits **pulvérulents** et excluent de leur domaine d'application ceux qui possèdent ou peuvent acquérir une **cohésion**.
- ❖ au silos dont les parois sont en béton



# Règlements

---

Deux point essentiels

- ❖ Frottement de la matière ensilée sur les parois
- ❖ Accroissement corrélatif des pression sur les fonds

# Valeurs caractéristiques

---

Un produit ensilé est caractérisé par :

- poids volumique  $\gamma$
- angle de frottement interne  $\varphi$
- angle de frottement  $\delta$  sur la paroi du silo

# Valeurs caractéristiques

Produit	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\phi$ (°)
Ciment <sup>(1)</sup> .....	14,7	28
Clinker <sup>(2)</sup> .....	14,7 à 15,7	33
Cru de cimenterie <sup>(1)</sup> .....	13,0	26
Plâtre <sup>(1)</sup> .....	12,25	25
Poudre de charbon <sup>(1)</sup> .....	8,35	25
Blé .....	8,35	26
Mais .....	7,85	24
Orge .....	8,1	24
Colza .....	7,0	24
Soja en graines .....	7,5	27
Tournesol .....	5	22
Sorgho .....	7,35	23
Riz décortiqué .....	8,6	30
Farine de blé <sup>(1)</sup> .....	8,8	20
Sucre granulé .....	9,0	30

# Valeurs caractéristiques

---

Les parois en béton sont classées en trois catégories :

- **Paroi A** : paroi à cannelures horizontales
- **Paroi B** : béton non revêtu
- **Paroi C** : béton revêtu d'une peinture

# Valeurs caractéristiques

la valeur conventionnelle de l'angle de frottement  $\delta$  sur la paroi est définie par la relation :

$$\rho = \frac{\text{tg } \delta}{\text{tg } \varphi}$$

Granularité (selon type de produit)	Paroi A	Paroi B <sup>(1)</sup>
Poudres	0,87	0,80
Petits grains (céréales, sucre) sauf cas spéciaux	0,87	0,75 <sup>(1)</sup>
Gros grains (clinker)	0,87	0,70
Cas spéciaux (oléagineux, riz)	0,75	0,65

(1) Seul produit ayant fait l'objet d'essais pour une paroi C, le sucre, avec  $\rho = 0,50$ .

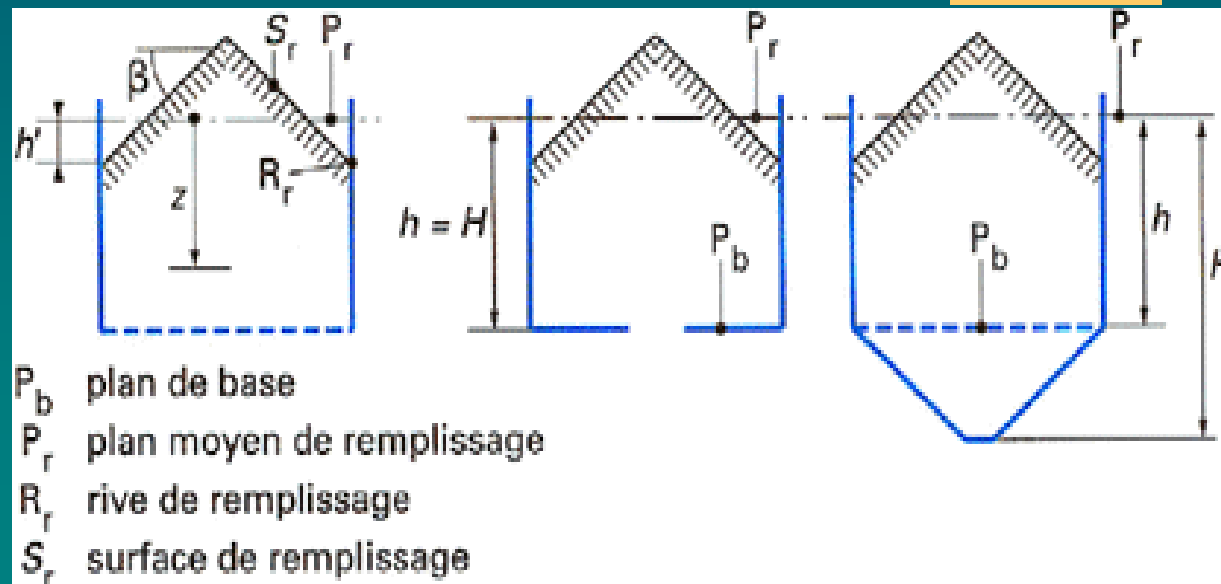
# Terminologie

Le rayon hydraulique  $r_h$

$$r_h = \frac{S}{L}$$

Cellule circulaire de rayon  $R$

$$r_h = \frac{R}{2}$$



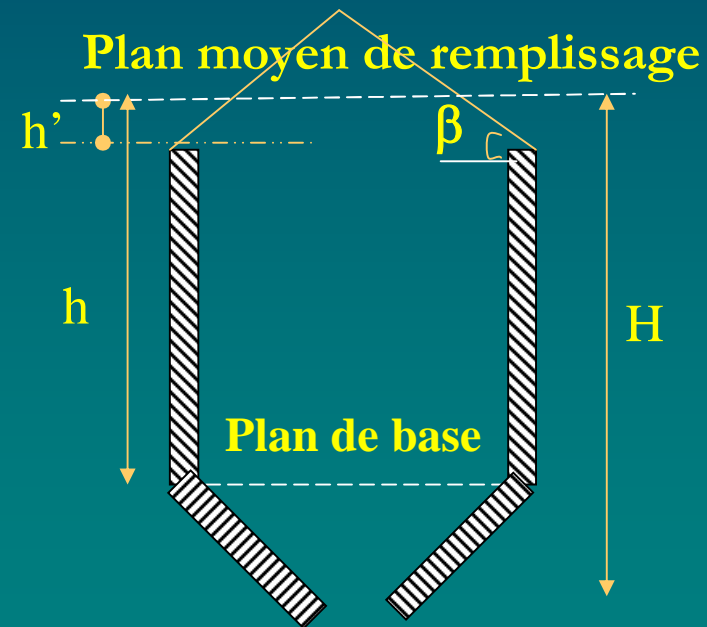
# Terminologie

- élancement le rapport

$$\frac{H}{r_h}$$

- Profondeur:  $h'$

$$h' = \frac{2}{3} r_h \tan \beta$$



# Divers types de vidange

---

- **Vidange normale**
- **Vidange géométriquement anormale**
- **Vidange mécaniquement anormale**
- **Vidange structurellement anormale**



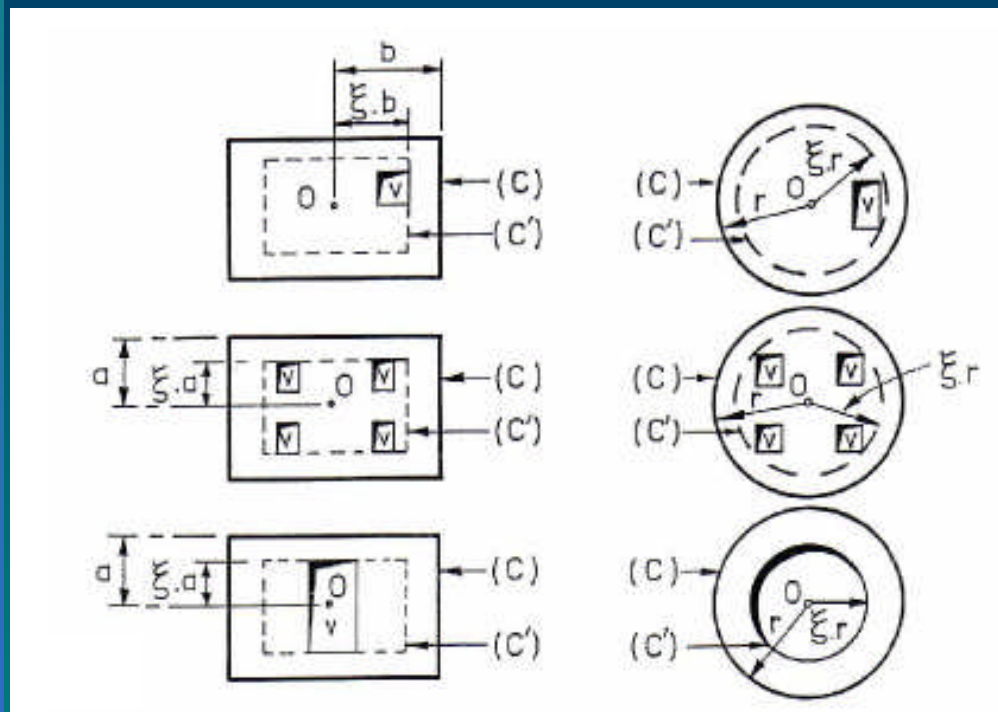
# Divers types de vidange

---

## *Vidange normale*

- l'écoulement se fait exclusivement par gravité
- il n'existe aucune structure à l'intérieur du silo
- l'orifice ou les orifices de vidange sont situés sur le fond et entièrement contenus à l'intérieur d'un contour centré déduit du contour de la section du silo par une homothétie de rapport 0,4.

# Divers types de vidange



$\zeta < 0.4$  Vidange normale

$\zeta > 0.4$  Vidange géométriquement anormale

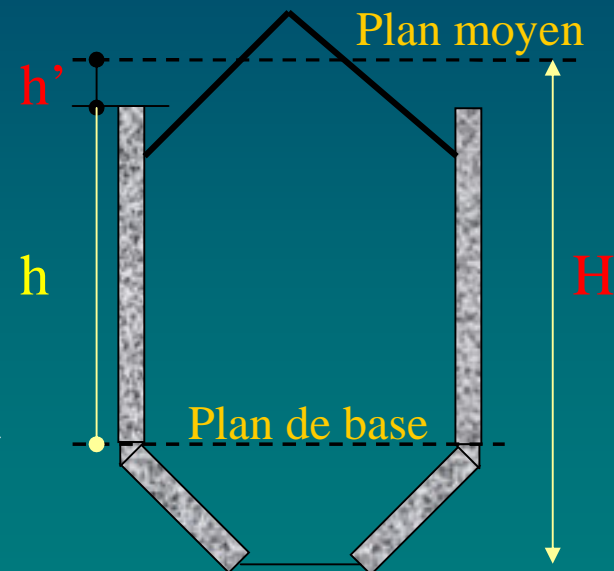
# Domaine d'application des formules du type « silos »

- $\frac{H}{r_h} \geq 3,5$

- $r_h \leq 7,5 \text{ m}$

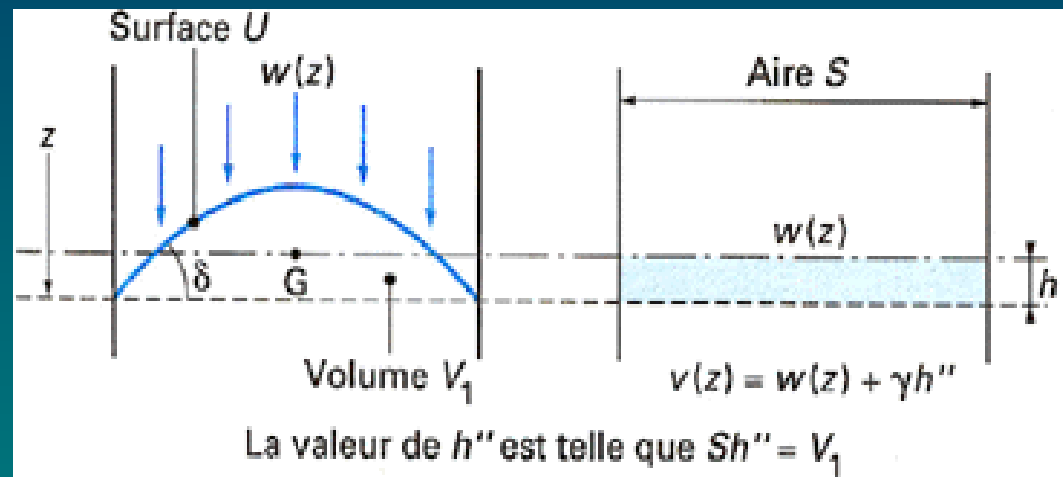
vidange « normale »

- $h - h' \geq 0,6H$



# Actions exercées par la matière ensilée

Pression verticale  $v$  sur le plan de cote  $z$



$$v(z) = w(z) + \gamma h'' = \frac{n(z)}{\lambda} + \gamma h''$$

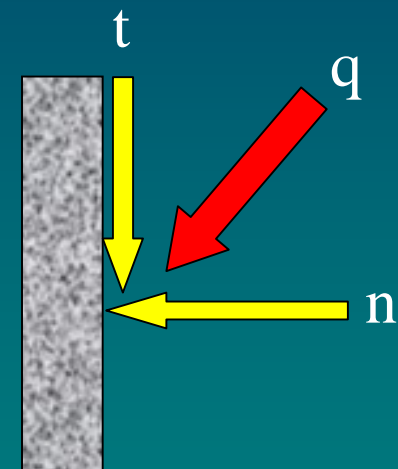
# Actions exercées par la matière ensilée

## La pression nominale horizontale $n$

$$n(z) = \gamma \lambda z_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{z - h''}{z_0}\right) \right]$$

$$h'' = \frac{1}{2} r_h \tan \delta \quad \text{section circulaire}$$

$$h'' = \frac{a}{2} \left(3 - \frac{a}{b}\right) \tan \delta \quad \text{section rectangulaire}$$



# Actions exercées par la matière ensilée

## Le paramètre $\lambda$

### ➤ L'état 1

$$\lambda = \lambda_1 = \frac{1 - m \sin \varphi}{1 + m \sin \varphi} \cos^2 \delta$$

$$m = \sqrt{1 - \rho^2}$$

### ➤ L'état 2

$$\lambda = \lambda_2 = \cos^2 \delta$$

## hauteur de référence $z_0$

$$z_0 = \frac{r_h}{\lambda \tan \delta}$$

( $z_{01}$  associé à  $\lambda_1$ ,  $z_{02}$  associé à  $\lambda_2$ )

# Actions exercées par la matière ensilée

- La pression nominale moyenne sur le plan de base ( $z = h$ ) est :

$$v(h) = \frac{n(h)}{\lambda} + \gamma h''$$

- La résultante nominale  $T$  des forces de frottement  $t$

$$T = r_h [ \gamma h - v (h ) ]$$

# Actions exercées par la matière ensilée

---

- Actions corrigées

$$n_c (z ) = 1,15 n (z )$$

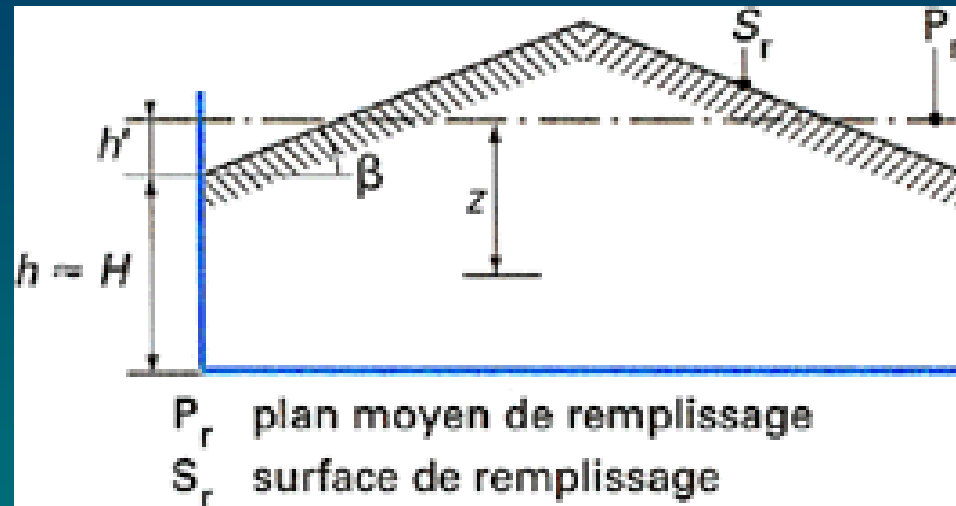
$$v_c (h ) = 1,35 v (h )$$



# Magasins de stockage

# Magasins de stockage

- $H \leq r_h$
- $H = h$
- $h' \leq 0,4 H$



Étant donné leur faible élancement et leur souplesse relative, les silos de ce type sont plutôt assimilables à des **murs de soutènement**

# Magasins de stockage

## Vidange par le haut , par benne

- la première (droite I )

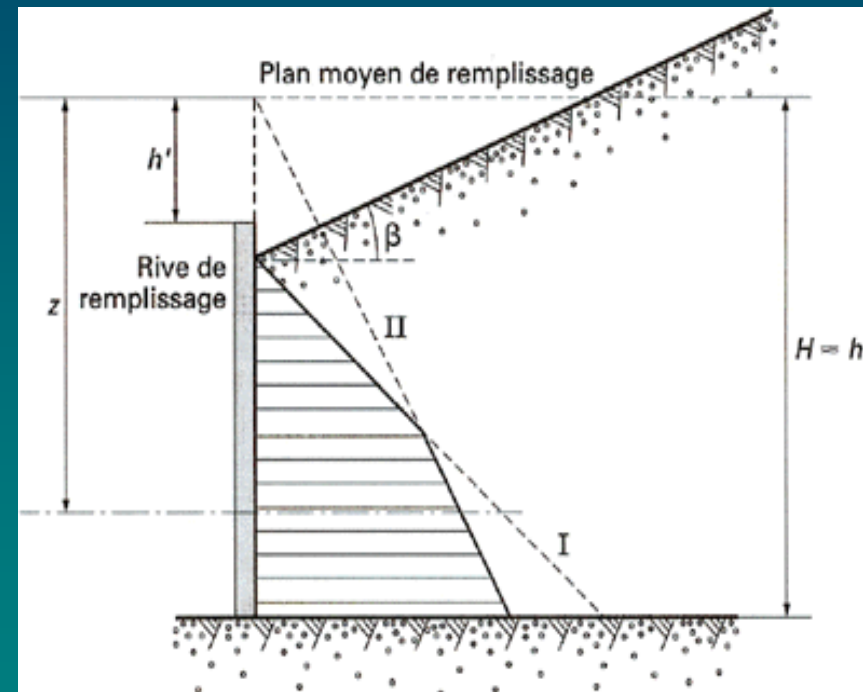
$$n'_6 = \varpi'_6 \gamma (z - h')$$

$\varpi'_6$  coefficient de poussée active

- la seconde (droite II)

$$n''_6 = \varpi''_6 \gamma z$$

$\varpi''_6$  coefficient de poussée active  
( $\beta = 0$ )



# Magasins de stockage

---

$$n = \text{Min} [n'_6 ; n''_6]$$

vidange inférieure par galerie enterrée

$$\varpi'_7 = \varpi'_6 + \frac{\varphi}{500} \text{ et } \varpi''_7 = \varpi''_6 + \frac{\varphi}{500}$$

$\varphi$  est exprimé en degrés

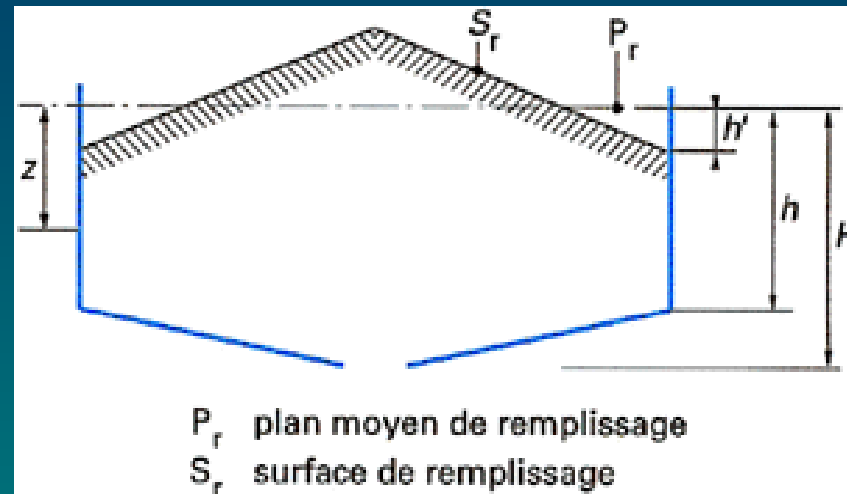
# Silos - réservoirs

# Silos-réservoirs

$$1,5 \leq \frac{H}{r_h} \leq 3,5$$

$$r_h \leq 7,5 \text{ m}$$

$$h - h' \geq 0,6 H$$



actions  $v_c$  et  $t$  se calculent comme pour un silo « normal » mais pour évaluer la pression horizontale  $n_c$  il faut substituer au coefficient 1,15 les coefficients :

**état 1**

$$k_{n1} = 1 + 0,075 \left( \frac{H}{r_h} - 1,5 \right)$$

**état 2**

$$k_{n2} = k_{n1} \left[ 0,85 + 0,075 \left( \frac{H}{r_h} - 1,5 \right) \right]$$

# Calcul en béton armé

# Calcul en béton armé

---

## ■ Charges

- Permanentes G (poids propre, équipements fixes, etc.)
- Variable d'exploitation Q (matière ensilée, équipements mobiles, etc.)
- Climatiques (vent  $W$  , neige  $S_n$  )
- Accidentelles (séisme  $S_I$  )



# Calcul

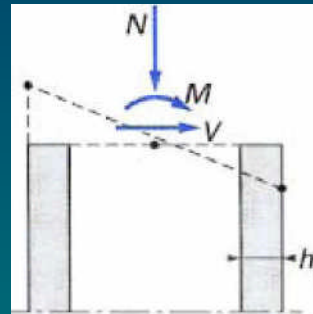
---

## ■ Déformations imposées T

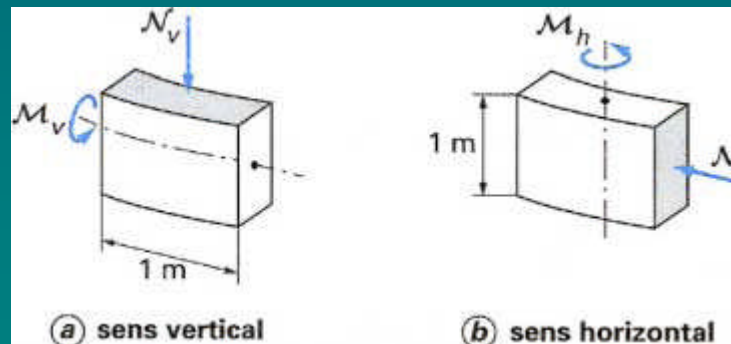
- Effets de la température intérieure et extérieure
- Effets du retrait

# Calcul des sollicitations

- Sollicitations dues aux actions d'ensemble



- Sollicitations dues aux actions d'ensemble et locales



# Calcul des sollicitations

## ■ l'action d'un gradient thermique

$$M_{\Delta\theta} = \alpha_{\theta} \frac{\Delta\theta}{h_0} EI$$

$$\alpha_{\theta} = 10^{-5}$$

$h_0$  l'épaisseur de la paroi

$EI$  facteur de rigidité de la paroi.

$E$  module de déformation à prendre en compte

$I$  moment d'inertie (par unité de hauteur ou de largeur) de la paroi

# Calcul en béton armé

## ■ Combinaisons d'actions

### ELU

$$(C_1) = 1,35 G + 1,5 Q + W + T$$

$$(C_2) = G + 1,5 Q + W + T$$

$$(C_3) = G + 1,5 W + 1,3 Q + T$$

$$(C_4) = G + Q + SI + T \quad \text{« accidentelles (séisme) »}$$

### ELS

$$(C_5) = G + Q + W + T$$

# Calcul en béton armé

## Justification des sections

### ■ contrainte limite ultime du béton

$$\psi_b = 1 \text{ pour } T < 100^\circ \text{ C}$$

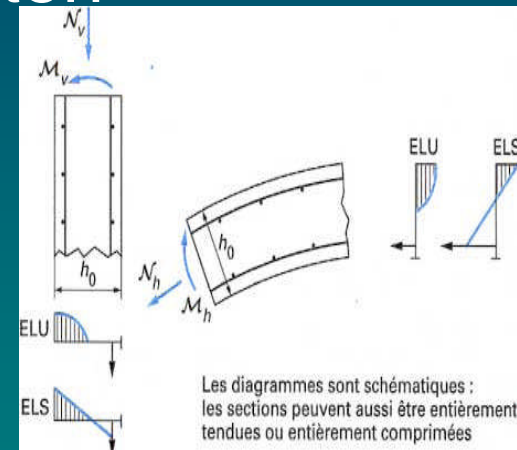
$$\frac{0,85 f_{cj}}{\gamma_b} \psi_b$$

$$\psi_b = 1 - \frac{T - 100}{500} \text{ pour } 100^\circ \text{ C} < T \leq 200^\circ \text{ C}$$

### ■ contrainte de traction des armatures

$$\bar{\sigma}_s = \alpha \sqrt{\frac{\eta f_{t28} \psi_b}{\phi}} \leq 150 \eta$$

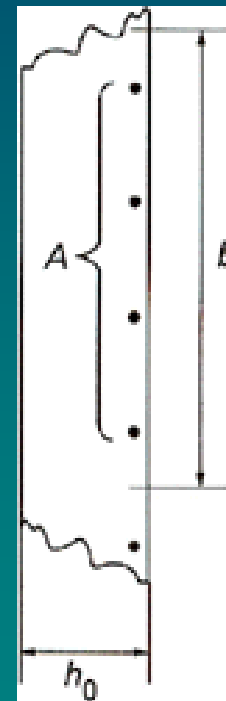
$\eta$  coefficient de fissuration de l'acier utilisé  
 $\phi$  (mm) diamètre des barres



# Calcul en béton armé

- pourcentage d'armatures d'une direction donnée, situées au voisinage d'une face, défini par :

$$\omega_{tf} = \frac{A}{b h_0}$$



# Calcul en béton armé

En fonction du degré de fissurabilité, les parois sont classées en trois catégories :

- première catégorie :  $\alpha = 400$

$$\varpi_{tf} = \frac{A}{bh_0} \leq \varpi_{tf \max} = \frac{0,5f_{t28} \psi_b}{0,87\sigma_s - 15f_{t28} \psi_b}$$

- deuxième catégorie :  $\alpha = 450$

$$A_s (\text{totale}) / A (\text{paroi}) < 2\%$$

- troisième catégorie :  $\sigma_s \leq 150 \eta$ ,

$$\varpi_{tf} (\text{total}) < 2\%$$

# Calcul en béton précontraint



# Calcul en béton précontraint

- Principe de calcul

post-tension, horizontalement et verticalement.

- La valeur maximale de la tension à l'origine

« article 3.2 des règles BPEL 91 »

$$P_0 = \text{MIN} [ 0,80 f_{\text{prg}} ; 0,90 f_{\text{peg}} ]$$

$$f_{\text{prg}} = \frac{F_{\text{prg}}}{A_p}$$

$$f_{\text{peg}} = \frac{F_{\text{peg}}}{A_p}$$

# Calcul en béton précontraint

---

- Les différentes pertes de tension définies à l'article « 3.3 des règles BPEL 91 »

- Les pertes de tension par déformations instantanées :

peuvent être prises égales à  $3 \sigma_b$

$\sigma_b$  : désignant la contrainte moyenne du béton sur la hauteur de la jupe

# Calcul en béton précontraint

- $\sigma_b$  : divisant la force totale après pertes de ces armatures, le silo étant vide, par la section brute verticale (ou horizontale) de la jupe.
- La perte finale de tension due au retrait du béton

$$\Delta\sigma_{fl} = 2 \times \sigma_b \times \frac{E_p}{E_{ij}}$$

# Calcul en béton précontraint

- ❖ La perte de tension due à la relaxation de l'acier « article 3.3,23 des règles BPEL 91 »

- ❖  $\Delta\sigma_{p\infty}(x)$  désigne la perte de tension totale

$$\sigma_{pm\infty}(x) = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p\infty}(x)$$

- ❖ Les valeurs caractéristiques de la précontrainte

$$\begin{aligned} P1(x, t) &= 7,02 P_0 - 0,80 \Delta P(x, t) \\ P2(x, t) &= 0,98 P_0 - 1,20 \Delta P(x, t) \end{aligned}$$

# Calcul en béton précontraint

## ■ Combinaisons d'actions

### ELS

$$(G) + (Q) + (P_d) + (T) + (W)$$

$P_d$  représente l'action de la précontrainte prise avec sa valeur caractéristique  $P_1$  ou  $P_2$

### ELU

$$(G) + 1,5 (Q) + (P_m) + (W') + (T)$$

$$(G) + (Q) + (P_m) + (SI) + (T)$$

$P_m$  étant la valeur probable de la précontrainte définie à l'article 4.1,31 du BPEL 91.

# Calcul en béton précontraint

## ■ Sollicitations

Les sollicitations à considérer sont celles qui ont été développées au chapitre « béton armé » auxquelles s'ajoutent celles dues à la précontrainte.

## ■ justification

→  $\sigma_s < \bar{\sigma}_s = 110\eta$  et  $\eta = 1,6$

→  $\sigma_{bc} < 0,6f_{c28} \psi_b$

→ Partie tendue de béton  $< 6/10 h_0$

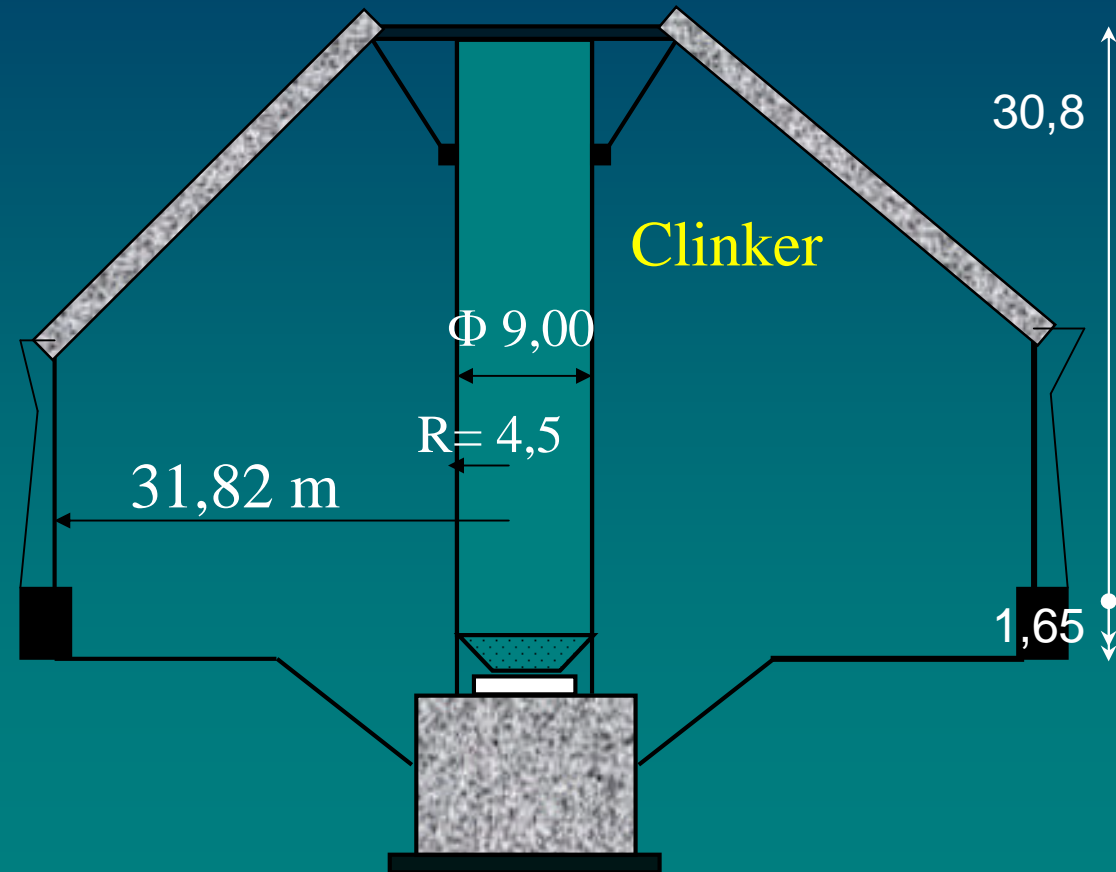
→ La traction dans la section pas admise pour N extérieur + P<sub>2</sub>

# Exemple

# Exemple

■ cylindre  
 $R = 4,5 \text{ m}$   
 $h_0 = 0,35 \text{ m}$

■ cylindre  
 $R = 31,82 \text{ m}$   
 $h_0 = 0,40 \text{ m}$





# Calcul silo central

## Caractéristiques du clinker

- poids volumique  $\gamma = 14,7 \text{ KN/m}^3$  ;
- angle de frottement interne  $\varphi = 33^\circ$  ;
- angle de frottement sur la paroi du silo :

$$\rho = \frac{\text{tg } \delta}{\text{tg } \varphi} = 0,70 \Rightarrow \delta = 24^\circ .$$

# Calcul silo central

## charges dues au clinker

### 1- données géométriques

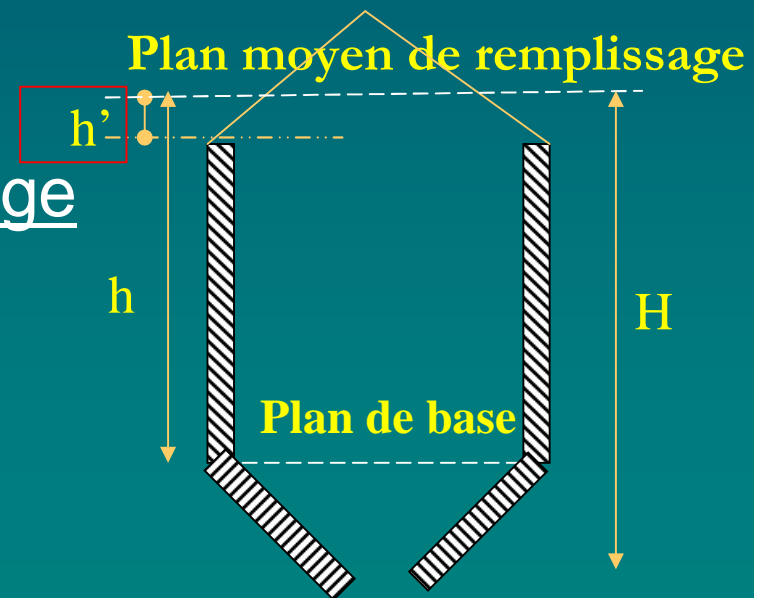
Le rayon hydraulique  $r_h$  :  $r_h = \frac{R}{2}$

$$r_h = \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ m}$$

Le plan moyen de remplissage

$$h' = \frac{2}{3} r_h \tan \beta \quad \text{avec } \beta = 33^\circ$$

$$h' = \frac{2}{3} \times 2,25 \times \tan 33 = 0,97 \text{ m}$$



# Calcul silo central

## plan de base et profondeur de vidange

$$h = 30,8 \text{ m}$$

$$H = h + 1,65 = 32,45 \text{ m}$$

## Domaine d'application des formules type silo



$$r_h = 2,25 < 7,5 \text{ m}$$

Silo, à vidange normale



$$\frac{H}{r_h} = \frac{32,45}{2,25} = 14,4 > 3,5$$



$$\frac{h - h'}{H} = \frac{30,8 - 0,97}{32,45} = 0,92 > 0,6$$

**Donc les règles « silo » applicables**

# Calcul silo central

## Actions sur les parois

$$v(z) = \frac{n(z)}{\lambda} + \gamma h''$$

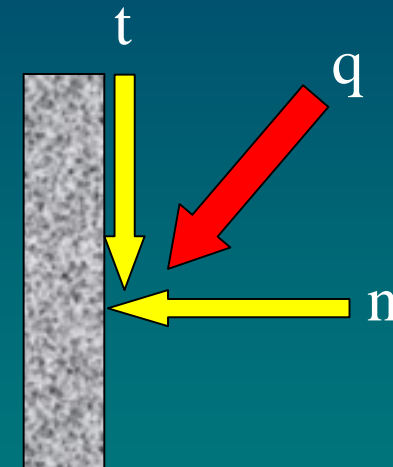
→  $h'' = \frac{1}{2} r_h \tan \delta = \frac{1}{2} \times 2,25 \times 0,445 = 0,50 \text{ m}$

## Valeur du paramètre $\lambda$

### L'état 1

*au repos - le calcul « fond du silo »*

→  $\lambda = \lambda_1 = \frac{1 - m \sin \varphi}{1 + m \sin \varphi} \cos^2 \delta = 0,637$  avec  $m = \sqrt{1 - \rho^2} = 0,714$




# Calcul silo central

## L'état 2 Valeur du paramètre $\lambda$


*les calculs des parois latérales*

Vidange normale :  $\lambda = \lambda_2 = \cos^2 \delta = 0,83$

$$v = \bar{v} \text{ pour } z = h$$


$$\bar{x} = \frac{h - h''}{z_0}$$

$$\bar{y} = 1 - e^{-\bar{x}}$$


$$x = \frac{z - h''}{z_0}$$

$$y = 1 - e^{-x}$$

$$n(z) = \gamma \lambda z_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{z - h''}{z_0}\right) \right]$$

# Calcul silo central

hauteur de référence  $z_0$

■ Etat 1 :  $z_{01} = 13,77$  m

■ Etat 2 :  $z_{02} = 6,09$  m

$$z_0 = \frac{r_h}{\lambda \tan \delta}$$

valeurs nominales des actions

■  $n_c(z) = 1,15 n(z)$

■  $v_c(h) = 1,35 v(h)$

$n(z)$  et  $v(h)$  valeurs de base

# Calcul silo central

## état 1

$$\bar{x} = \frac{30,8 - 0,5}{13,77} = 2,2 \text{ m}$$

$$\bar{y} = 0,89 \text{ m}$$

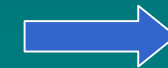


$$\begin{aligned} v &= 1,35 (z_0 \bar{y} + h'') \\ &= 1,35 \times (13,77 \times 0,89 + 0,5) \\ &= 25,8 \text{ t / m}^2 \end{aligned}$$

## état 2

$$\bar{x} = \frac{30,8 - 0,5}{6,09} = 4,98 \text{ m}$$

$$\bar{y} = 0,99 \text{ m}$$



$$n = 1,15 \left( \frac{\gamma r_h}{\text{tg } \delta} \right) y$$

$$T = 1,35 \gamma r_h (\bar{x} - \bar{y})$$

# Calcul silo central

Selon la profondeur

Profondeur z	x	y	n (t/m <sup>2</sup> )	Résultat frottement T (t/m <sup>2</sup> )
4,65	0,68	0,49	4,3	3,9
14,25	2,26	0,90	7,8	28,00
30,80	3,9	0,98	8,5	60
(plan de base)	4,9	0,99	8,6	82
base silo central				82,00



# Calcul silo central

## Gradient thermique :

$T_e$  : température air extérieur (ici silo  $\phi$  64 m)

$T_{si}$  : température maxi masse clinker

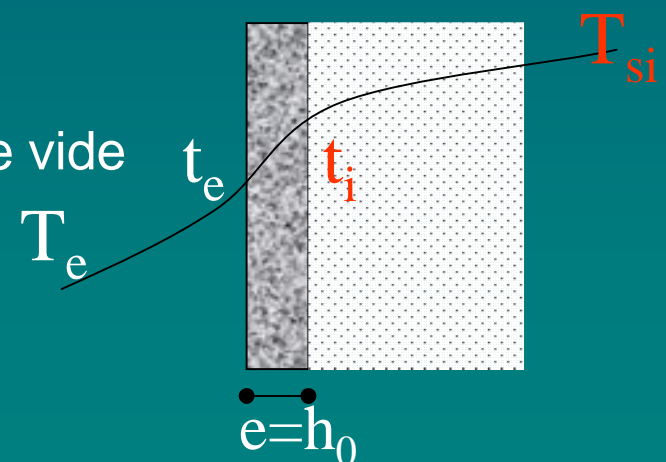
$T_R$  : température moyenne du clinker hors de sont déversement dans le silo

### On suppose donc

$T_e$  : température moyenne air stockage vide

$T_e = 15^\circ \text{C}$

impose  $T_R - T_e = 120^\circ \text{C}$



## ■ Le gradient thermique

$$\Delta t = t_i - t_e = \frac{T_{si} - T_e}{1 + e} \times e$$

$$T_{si} = 0,9 T_R$$

$$\Delta t = t_i - t_e = \frac{121,5 - 15}{1 + 0,35} \times 0,35 = 27,6^\circ$$

la jupe travail en traction simple sous l'effet des poussées horizontales dues au clinker

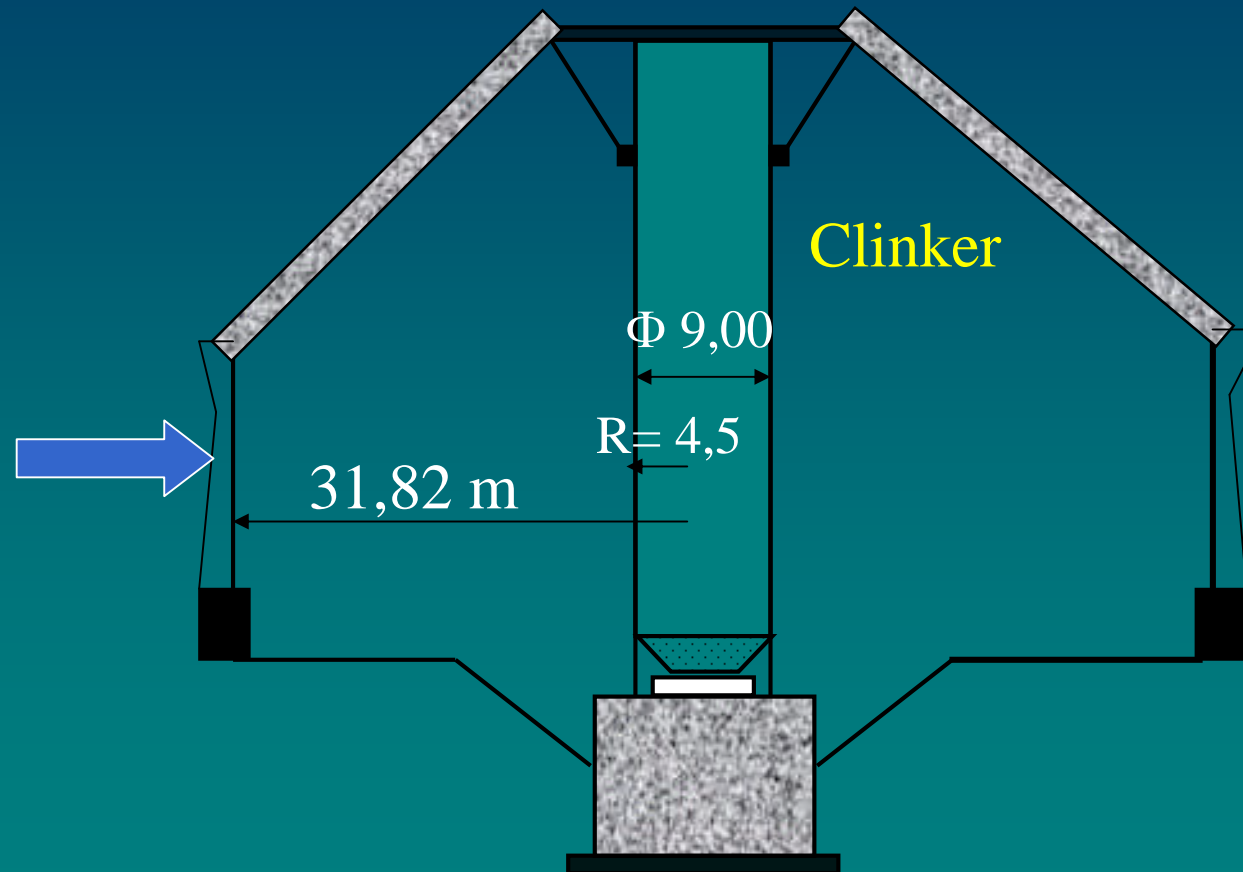
# Calcul silo central

$$I = \frac{A}{2bh'} h'^3 = \frac{6,16}{2 \times 1 \times 0,27} 0,27^3 = 2,25 \times 10^{-5} \text{ m}^4 / \text{ml}$$

- Moment crée par le gardien thermique :

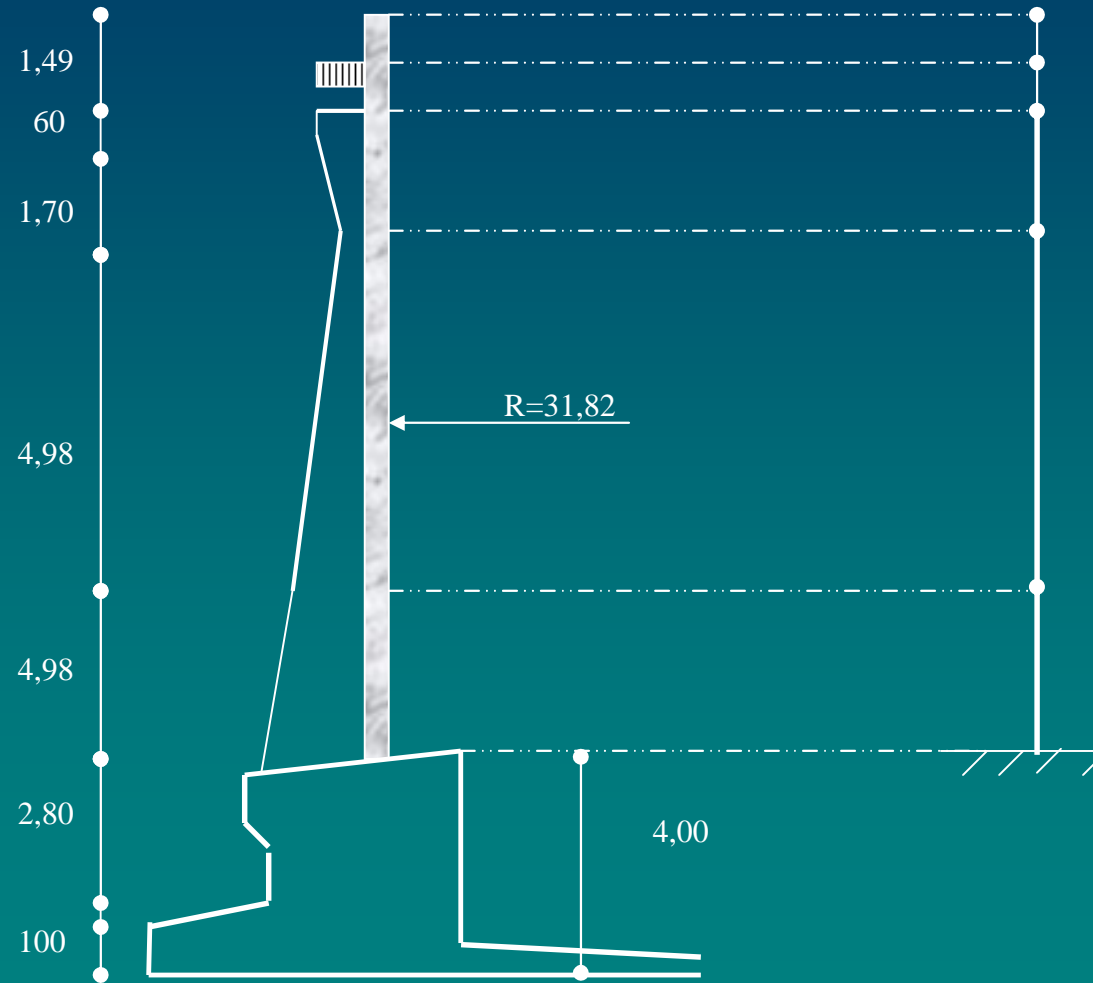
$$M_{\Delta\theta} = \alpha_{\theta} \frac{\Delta t}{h_0} EI = \frac{10^{-5} \times 27,6 \times 21 \times 10^6 \times 2,25 \times 10^{-5}}{0,35} \times 1,35 = 0,5 \text{ t} / \text{m}^2$$

# Calcul silo (éléments préfabriqués verticaux)



# Calcul silo (éléments préfabriqués verticaux)

modélisation



ISBA-TP

## Calcul silo (éléments préfabriquées verticaux)

- Rayon hydraulique  $r_h$  :

$$r_h = 13,5 \text{ m} > 7,5 \text{ m}$$

- Le plan moyen de remplissage

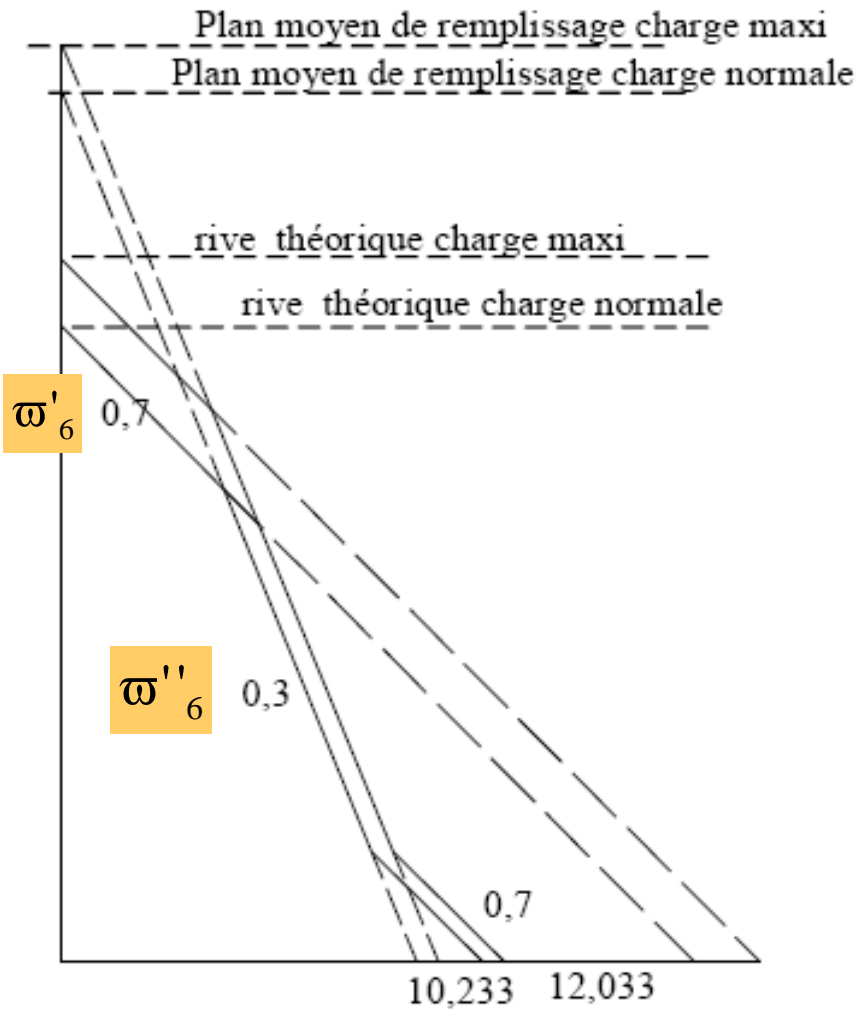
$$h' = \frac{2}{3} \times 13,5 \times \text{tg } 33^\circ = 5,84 \text{ m}$$

### Caractéristiques du clinker

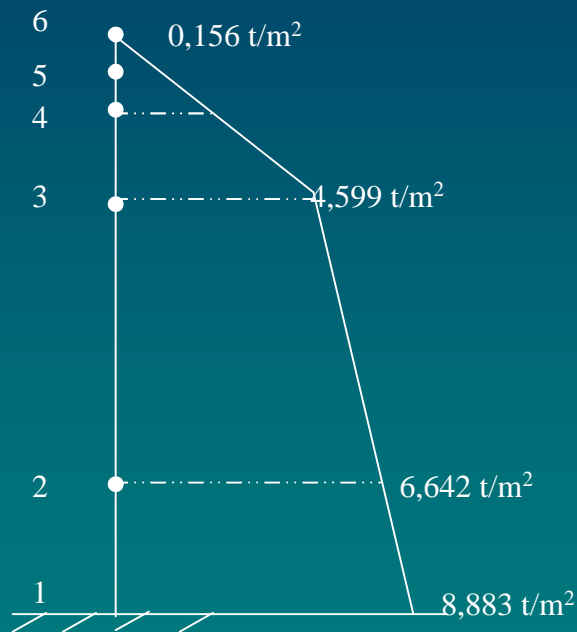
poids volumique  $\gamma = 14,7 \text{ KN/m}^3$

angle de frottement interne  $\varphi = 33^\circ$

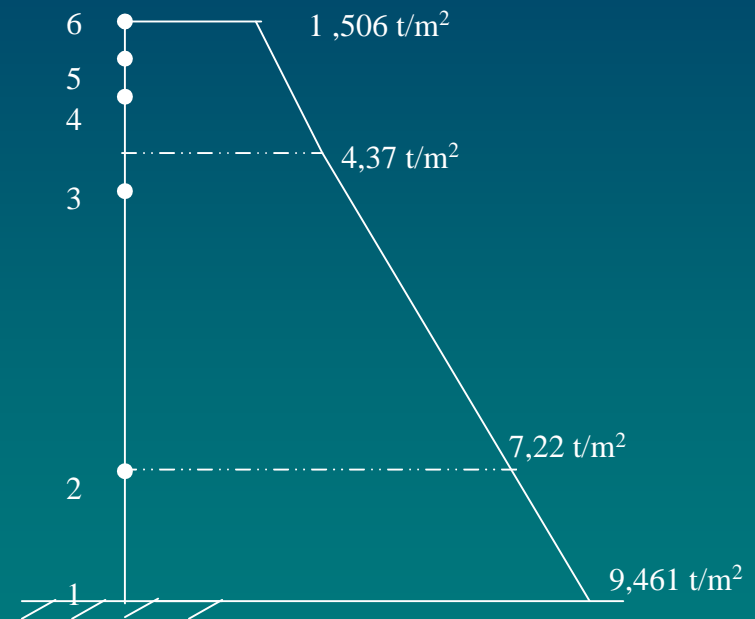
angle de frottement sur la paroi du silo  $\delta = 24^\circ$



## Calcul silo (éléments préfabriqués verticaux)



charge normale



charge maximum



Merci de votre attention